

ภาคผนวก ง

เครื่องมือที่ใช้ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มตัวอย่าง และเก็บรวบรวมข้อมูล

ประกอบด้วย

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเต็มฉบับก่อนเรียน
 - ตารางแสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเต็มฉบับก่อนเรียน
 - ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเต็มฉบับก่อนเรียน และเกณฑ์การให้คะแนน
2. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับก่อนเรียน)
 - ตารางแสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับก่อนเรียน)
 - ตัวอย่างข้อสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับก่อนเรียน) และเกณฑ์การให้คะแนน
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส
 - ตารางแสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับก่อนเรียน)
 - ตัวอย่างข้อสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับก่อนเรียน) และเกณฑ์การให้คะแนน
4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสฉบับหลังเรียน
 - ตารางแสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส
 - ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสฉบับหลังเรียน และเกณฑ์การให้คะแนน
5. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับหลังเรียน)
 - ตารางแสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส

- ตัวอย่างข้อสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนน
6. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับหลังเรียน)
- ตารางแสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส
 - ตัวอย่างข้อสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเกณฑ์การให้คะแนน

1. แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
ฉบับก่อนเรียน

ตารางที่ 20 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับก่อนเรียน) ซึ่งคำนวณ โดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบของ Brooks

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.756	0.250	0.784
2	0.780	0.583	
3	0.512	0.750	
4	0.244	0.250	
5	0.756	0.500	
6	0.366	0.250	
7	0.366	0.250	
8	0.634	0.250	
9	0.756	0.250	
10	0.732	0.417	
11	0.463	0.417	
12	0.463	0.583	
13	0.439	0.333	
14	0.463	0.417	
15	0.634	0.417	
16	0.732	0.500	
17	0.537	0.250	
18	0.732	0.333	
19	0.683	0.500	
20	0.634	0.667	
21	0.439	0.333	
22	0.756	0.333	
23	0.366	0.250	
24	0.341	0.250	
25	0.512	0.583	
26	0.341	0.833	
27	0.293	0.250	
28	0.634	0.333	
29	0.488	0.500	
30	0.561	0.667	

หมายเหตุ

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส(ฉบับหลังเรียน) ใช้ข้อคำถามเดียวกับฉบับก่อนเรียน แต่มีการสลับข้อ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ฉบับก่อนเรียน

คำชี้แจง

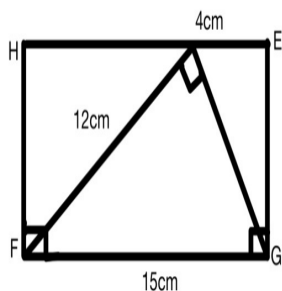
1. แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับนี้เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือกรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีทั้งหมด 30 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) ใช้เวลา 60 นาที
2. ให้นักเรียนเขียนชื่อ - สกุล และห้องลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว และทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในกระดาษคำตอบ
4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
5. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
6. ขอขอบคุณในความร่วมมือ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ฉบับก่อนเรียน

และการตรวจให้คะแนน

1. จากรูป ความสัมพันธ์ในข้อใดถูกต้อง



- ก. $N^2 = P^2 + Q^2$ ข. $P^2 = Q^2 + N^2$
 ค. $Q^2 = P^2 + N^2$ ง. $Q^2 = P^2 - N^2$

2. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเป็น b หน่วย และมีความยาวของด้านประกอบมุมฉากเป็น 20, 29 หน่วย ข้อใดที่แสดงความสัมพันธ์ **ไม่ถูกต้อง**

- ก. $b^2 - 29^2 = 20^2$ ข. $b^2 - 20^2 = 29^2$
 ค. $b^2 = 29^2 + 20^2$ ง. $b^2 = 29^2 - 20^2$

4cm

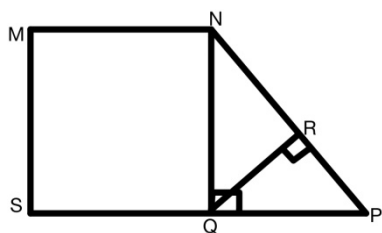
จากรูป จงตอบคำถาม ข้อ 3 - 4

3. พื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับเท่าไร

- ก. 50 cm^2 ข. 52 cm^2 ค. 54 cm^2 ง. 56 cm^2

4. \overline{AC} ยาวเท่าไร

- ก. $\sqrt{5} \text{ cm}$ ข. $\sqrt{13} \text{ cm}$ ค. $\sqrt{65} \text{ cm}$ ง. 65 cm



จากรูป จงตอบคำถาม ข้อ 5 – 6

กำหนดให้ MNSP เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีพื้นที่ 16 ตารางเซนติเมตร และ $QP = 3$ เซนติเมตร

5. \overline{NP} ยาวเท่าไร

ก. 5 cm

ข. 6 cm

ค. 7 cm

ง. 8 cm

6. \overline{QR} ยาวเท่าไร

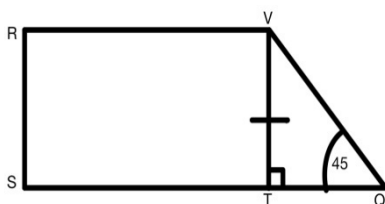
ก. 2.2 cm

ข. 2.3 cm

ค. 2.4 cm

ง. 2.5 cm

7. จากรูป พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส TSRV เป็นกี่ตารางหน่วย



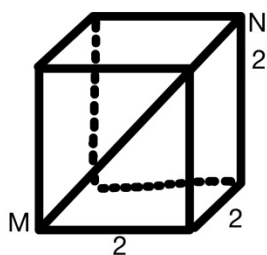
ก. $3\sqrt{2}$ ตารางหน่วย

ข. 18 ตารางหน่วย

ค. 24 ตารางหน่วย

ง. 36 ตารางหน่วย

8. จากรูป ลูกบาศก์มีความยาวแต่ละด้านเป็น 2 นิ้ว อยากทราบว่า MN ยาวกี่นิ้ว



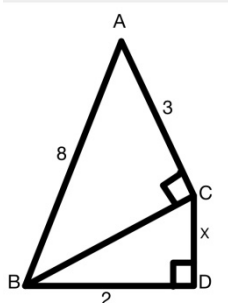
ก. $2\sqrt{6}$ นิ้ว

ข. $2\sqrt{2}$ นิ้ว

ค. $2\sqrt{5}$ นิ้ว

ง. $2\sqrt{3}$ นิ้ว

9. จากรูป Y มีค่าตรงกับข้อใด



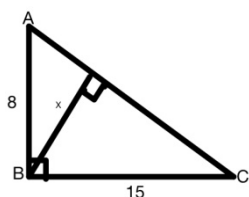
ก. 50 หน่วย

ข. 51 หน่วย

ค. $\sqrt{50}$ หน่วย

ง. $\sqrt{51}$ หน่วย

10. จากรูป x มีค่าตรงกับข้อใด



ก. 120 หน่วย

ข. $\frac{120}{7}$ หน่วย

ค. $\frac{120}{17}$ หน่วย

ง. $\frac{120}{13}$ หน่วย

11. เสออากาศโทรทัศน์ต้นหนึ่ง จุดที่ขึงลวดอยู่สูงจากพื้นดิน 6.4 เมตร ปลายลวดอีกด้านหนึ่งอยู่บนพื้นดินห่างจากเสออากาศ 5.2 เมตร ความยาวของลวดที่ใช้ขึงอย่างน้อยที่สุดต้องยาวเท่าไร

ก. $2\sqrt{17}$ เมตร

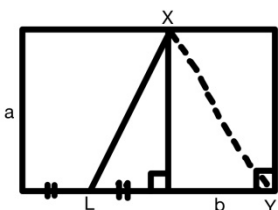
ข. $3\sqrt{17}$ เมตร

ค. $2\sqrt{19}$ เมตร

ง. $3\sqrt{19}$ เมตร



12. จากรูป ถ้า $OX = OY$ แล้ว $\frac{a}{b}$ มีค่าเท่าใด



ก. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

ข. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

ค. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

ง. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

13. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 60 ตารางหน่วย ถูกแบ่งออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 5 รูป ซึ่งมีพื้นที่เท่า ๆ กัน (ไม่ทับกัน) ความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ตรงกับข้อใด

ก. $2\sqrt{3}$ หน่วย

ข. 120 หน่วย

ค. 144 หน่วย

ง. $24\sqrt{3}$ หน่วย

14. ให้ a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากแล้ว จงหาค่า c โดยกำหนด $a = 9$, $b = 40$

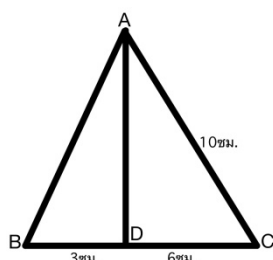
ก. 27

ข. 39

ค. 41

ง. 57

15. รูปสามเหลี่ยม ABD มีด้าน AC ยาว 10 ซม. และ AD เป็นความสูงของรูปสามเหลี่ยม ABC ตั้งฉากกับฐาน BC ยาว 3 ซม. และ DC ยาว 6 ซม. จงหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC ได้เท่าใด (ค)



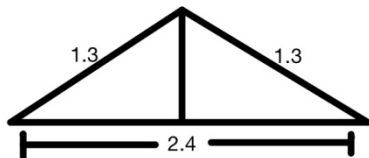
ก. 27

ข. 29

ค. 36

ง. 39

16. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งด้านที่ยาวเท่ากันนั้นยาว 1.3 ซม. ฐานยาว 2.4 ซม. จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปนี้

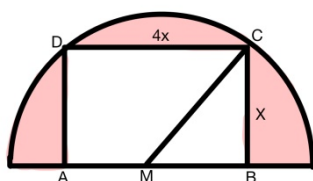


- ก. 0.5 ตร.ซ.ม. ข. 0.6 ตร.ซ.ม.
ค. 0.7 ตร.ซ.ม. ง. 0.8 ตร.ซ.ม.

17. อัตราส่วนด้านประกอบมุมฉากของสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็น 3 : 4 และสามเหลี่ยมนี้มีพื้นที่ 54 ตารางนิ้ว จงหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

- ก. 10 นิ้ว ข. 15 นิ้ว ค. 20 นิ้ว ง. 25 นิ้ว

18. ในครึ่งวงกลมรัศมียาว $5\sqrt{5}$ ซม. มีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแนบในดังรูป จงหาพื้นที่ของวงกลมในส่วนที่แรเงา (กำหนดให้ $\pi = 3.14$)



- ก. 69.25 ตร.ซ.ม. ข. 96.25 ตร.ซ.ม.
ค. 75.25 ตร.ซ.ม. ง. 57.25 ตร.ซ.ม.

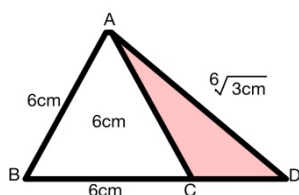
19. นาย ก เดินทางไปทางทิศเหนือ 12 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออก 10 กิโลเมตร ต่อจากนั้นเดินทางลงใต้ 20 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันตก 18 กิโลเมตร เขาอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่าไร

- ก. $5\sqrt{3}$ ซม. ข. $8\sqrt{2}$ ซม.
ค. $9\sqrt{5}$ ซม. ง. $10\sqrt{6}$ ซม.

20. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีเส้นทแยงมุมยาว 14 และ 48 เซนติเมตร ความยาวของเส้นรอบรูปยาวเท่าไร

- ก. 80 ซม. ข. 100 ซม. ค. 120 ซม. ง. 140 ซม.

21. จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าซึ่งยาวด้านละ 6 ซม. และมี $AD = 6\sqrt{3}$ ซม. พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่แรเงาเท่ากับข้อใด



- ก. $9\sqrt{3}$ ตร.ซ.ม. ข. $12\sqrt{3}$ ตร.ซ.ม.
ค. $18\sqrt{3}$ ตร.ซ.ม. ง. $27\sqrt{3}$ ตร.ซ.ม.

22. รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามเป็นอัตราส่วน 14 : 48 : 50 รูปสามเหลี่ยมนี้เป็นสามเหลี่ยมชนิดใด

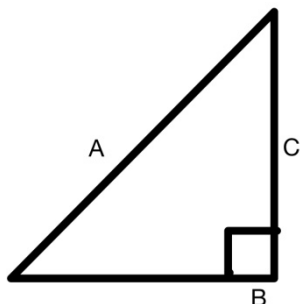
ก. รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

ข. รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน

ค. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ง. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

23. จากรูป ให้ A,B,C แทนความยาวของด้าน มุมฉาก จงหาความยาวของ P



ก. $\sqrt{B^2 + C^2}$

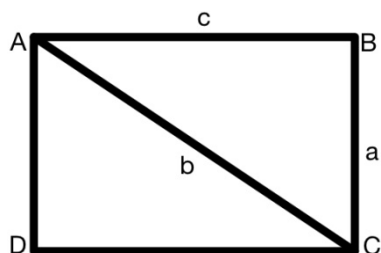
ข. $\sqrt{A^2 + C^2}$

ค. $\sqrt{A^2 + C^2}$

ง. $\sqrt{A^2 - C^2}$

24. กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้าน AD ยาวหน่วย AC ยาว b หน่วย และ AD ยาว c หน่วย ข้อใดเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ถูกต้อง

หมายเหตุ* เลข 2 คือเลขยกกำลัง



ก. $a^2 = b^2 + c^2$

ข. $c^2 = a^2 + b^2$

ค. $b^2 = a^2 + c^2$

ง. $a^2 = c^2 - b^2$

25. ถ้ากำหนดด้าน 3 ด้านของรูปสามเหลี่ยมคือ 16, 30 และ 34 หน่วย อยากทราบว่ารูปสามเหลี่ยมที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมใด

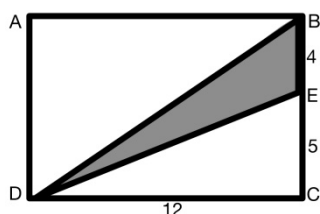
ก. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

ข. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ค. รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

ง. รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

26. จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ความยาวเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม BDE ตรงกับข้อใด



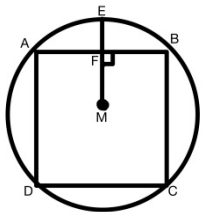
ก. $19 + 5\sqrt{2}$ หน่วย

ข. 28 หน่วย

ค. $17 + \sqrt{185}$ หน่วย

ข. 32 หน่วย

27. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD บรรจุในวงกลมที่มี M เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาว 4 หน่วย ถ้า $EM \perp AB$ ที่ F แล้ว EF ยาวเท่าไร



ก. $\sqrt{2}$ หน่วย

ข. $2\sqrt{2}$ หน่วย

ค. $4 - \sqrt{2}$ หน่วย

ง. $4 - 2\sqrt{2}$ หน่วย

28. ลูกเสือเดินทางไกลจากค่ายไปทางทิศเหนือ 18 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออก 4 กิโลเมตร แล้วขึ้นไปทางเหนืออีก 6 กิโลเมตร แล้วไปทางทิศตะวันออกอีก 28 กิโลเมตร อยากทราบว่าขณะนี้ ลูกเสืออยู่ห่างจากแนวเส้นตรงเป็นระยะทางเท่าใด

ก. 20 กม

ข. 30 กม

ค. 40 กม

ง. 50 กม

29. ชนภูมิขับรถไปทางทิศตะวันตก 30 กิโลเมตร เลี้ยวไปทางทิศใต้ 20 กิโลเมตร แล้วไปทางทิศ ตะวันออกอีก 51 กิโลเมตร ชนภูมิอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่าใดเมื่อวัดในแนวเส้นตรง

ก. 29 กิโลเมตร

ข. 32 กิโลเมตร

ค. 35 กิโลเมตร

ง. 39 กิโลเมตร

30. รถยนต์คันหนึ่งแล่นไปทางทิศเหนือเป็นระยะทาง 5 กิโลเมตร จากนั้นแล่นไปทางทิศเหนืออีก 7 กิโลเมตร ดังนั้นรถยนต์อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่าไร เมื่อวัดตามแนวเส้นตรง

ก. 13 กม.

ข. 15 กม.

ค. 17 กม.

ง. 21 กม.

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
 เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ฉบับก่อนเรียน
 และการตรวจให้คะแนน

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	ค	11	ก	21	ก
2	ง	12	ข	22	ง
3	ค	13	ง	23	ง
4	ค	14	ค	24	ค
5	ก	15	ค	25	ค
6	ค	16	ข	26	ง
7	ข	17	ข	27	ง
8	ง	18	ข	28	ค
9	ง	19	ข	29	ก
10	ค	20	ข	30	ก

2. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน)

ตารางที่ 21 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบความคิด
 สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน) ซึ่งคำนวณโดยใช้
 โปรแกรม B-Index700

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.45	0.56	0.868
2	0.49	0.54	
3	0.43	0.56	
4	0.47	0.53	
5	0.43	0.65	

ตัวอย่างข้อสอบความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน) และเกณฑ์การให้คะแนน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ผู้ศึกษาวิจัยสร้างขึ้นโดยเน้นความคิดสร้างสรรค์ทั้ง 4 องค์ประกอบ คือ
 1. ความคิดคล่อง
 2. ความคิดยืดหยุ่น
 3. ความคิดริเริ่ม
 4. ความคิดละเอียดลออ
2. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบที่เน้นให้นักเรียนเขียนคำตอบได้อย่างอิสระเท่าที่นักเรียนสามารถจะตอบได้
3. เวลาในการทำแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ (ข้อละ 12 คะแนน) ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
4. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล และห้องลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
5. ถ้ากระดาษคำตอบไม่พอให้นักเรียนขอเพิ่มเติมได้อีก
6. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
7. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
8. ขอขอบคุณในความร่วมมือ

ตอบ

วิธีคิดและคำตอบ	คะแนนที่ได้
รวม	

เกณฑ์การประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับข้อที่ 1

1. ด้านความคิดคล่อง

เกณฑ์การประเมินความคิดคล่องที่ผู้สอนประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟฟีวต์ สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิดคล่อง	ได้คำตอบ 1 คำตอบที่ยังไม่สมบูรณ์ หรือยังไม่สามารถนำไปใช้งานได้	ได้คำตอบที่เหมาะสมอย่างน้อย 1 คำตอบ หรือได้ความสัมพันธ์ของคำถาม (หรือจำนวนตามเหมาะสมของแต่ละสถานการณ์)	ได้คำตอบที่เหมาะสมอย่างน้อย 2 คำตอบ หรือได้ความสัมพันธ์ของคำถามเป็นอย่างดี (หรือจำนวนตามเหมาะสมของแต่ละสถานการณ์)	ได้คำตอบที่เหมาะสมหลายคำตอบหรือได้ความสัมพันธ์ใหม่ของคำตอบ (หรือจำนวนตามเหมาะสมของแต่ละสถานการณ์)

จากแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟฟีวต์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้สอนปรับเกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิดคล่อง	ได้คำตอบ 1 คำตอบที่ยังไม่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนน หรือไม่สามารถคิดหาคำตอบได้เลย หรือได้คะแนนรวม 0-50 คะแนน	ได้คะแนนรวม 60-150 คะแนน	ได้คะแนนรวม 160-250 คะแนน	ได้คะแนนรวม 260-300 คะแนน

2. ด้านความคิดยืดหยุ่น

เกณฑ์การประเมินความคิดยืดหยุ่นที่ผู้สอนประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟพิวต์ สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิด ยืดหยุ่น	ไม่สามารถหา วิธีคิดตาม สถานการณ์ ที่กำหนดได้เลย หรือวิธีคิดที่หา มาอย่างไม่ถูกต้อง ไม่สามารถใช้ได้ จริง หรือไม่ เหมาะสมกับ สถานการณ์	หาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่ กำหนดได้ โดยทุกข้อคำถาม ใช้วิธีเดียวกัน เช่น ใช้วิธีการ นับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียนแบบจำลองความคิด หรือวิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถจัดเป็นกลุ่มแนวคิด ได้เพียง 1 กลุ่มแนวคิด	หาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่ กำหนดได้อย่างน้อย 2 วิธี เช่น ใช้วิธีการนับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียน แบบจำลองความคิด หรือ วิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถ จัดเป็นกลุ่มแนวคิดได้ 2 กลุ่มแนวคิด	หาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่ กำหนดได้ โดยใช้วิธี หลากหลาย เช่น ใช้วิธีการ นับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียนแบบจำลอง ความคิด หรือวิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถจัดเป็นกลุ่ม แนวคิดได้หลายกลุ่ม และ เลือกใช้ได้อย่างหลากหลาย

จากแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟพิวต์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้สอนปรับ
เกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิด ยืดหยุ่น	ไม่สามารถคิด หาคำตอบ ที่อยู่ในเกณฑ์ ที่จะได้คะแนน ได้เลย	คิดหาคำตอบ ที่อยู่ในเกณฑ์ ที่จะได้คะแนน โดยมีรูปแบบใน การคิด 1 รูปแบบ เช่น หาวิธีคำนวณ ให้ได้คำตอบที่อยู่ใน เกณฑ์ที่จะได้ คะแนน แล้วจึง เปลี่ยนจำนวน เพียงหนึ่งจำนวนใน ชุดจำนวนนั้นโดย ใช้การดำเนินการ ชุดเดิมให้ได้คำตอบ ใหม่ซึ่งยังคงอยู่	คิดหาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่ จะได้คะแนน โดยมีรูปแบบใน การคิด 2 รูปแบบ เช่น รูปแบบที่ 1 หาวิธีคำนวณให้ ได้คำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้ คะแนน แล้วจึงเปลี่ยนจำนวน เพียงหนึ่งจำนวนในชุดจำนวน นั้นโดยใช้การดำเนินการ ชุดเดิมให้ได้คำตอบใหม่ ซึ่งยังคงอยู่ในช่วงที่จะได้ คะแนน รูปแบบที่ 2 หาวิธี คำนวณให้ได้คำตอบที่อยู่ใน เกณฑ์ที่จะได้คะแนน แล้วจึง เพิ่มจำนวนบางจำนวนโดยใช้ การบวกหรือลบเพื่อให้ได้	คิดหาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนน โดยมีรูปแบบในการคิดหลากหลายรูปแบบ คือ ตั้งแต่ 3 รูปแบบขึ้นไป เช่น รูปแบบที่ 1 หาวิธีคำนวณให้ได้คำตอบที่ อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนน แล้วจึงเปลี่ยน จำนวนเพียงหนึ่งจำนวนในชุดจำนวนนั้น โดยใช้การดำเนินการชุดเดิมให้ได้คำตอบ ใหม่ซึ่งยังคงอยู่ในช่วงที่จะได้คะแนน รูปแบบที่ 2 หาวิธีคำนวณให้ได้คำตอบ ที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนน แล้วจึงเพิ่ม จำนวนบางจำนวนโดยใช้การบวกหรือลบ เพื่อให้ได้คำตอบใหม่ซึ่งยังคงอยู่ในช่วงที่จะ ได้คะแนน รูปแบบที่ 3 หาวิธีคำนวณให้ ได้คำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนน แล้วจึงเปลี่ยนการดำเนินการย่อยในชุด

เกณฑ์ ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
		ในช่วงที่จะได้ คะแนน	คำตอบใหม่ซึ่งยังคงอยู่ในช่วง ที่จะได้คะแนน	ของการดำเนินซึ่งยังคงได้คำตอบเท่าเดิม หรือแต่ละคำตอบใช้รูปแบบที่แตกต่างกัน ทั้งหมด

หมายเหตุ ตัวอย่างการคิด เช่น

รูปแบบที่ 1

$$777 - 200 = \underline{577}$$

$$777 - 244 = \underline{533}$$

}

เปลี่ยนจำนวนเพียงหนึ่งจำนวนในชุดจำนวนนั้นโดยใช้การดำเนินการชุดเดิมให้ได้คำตอบใหม่ซึ่งยังคงอยู่ในช่วงที่ได้คะแนน

รูปแบบที่ 2

$$(15 \times 10 \times 2) + 200 = \underline{500}$$

$$(15 \times 10 \times 2) + 200 + 3 = \underline{503}$$

}

เพิ่มจำนวนบางจำนวนโดยใช้การบวกหรือลบเพื่อให้ได้คำตอบใหม่ซึ่งยังคงอยู่ในช่วงที่ได้คะแนน

รูปแบบที่ 3

$$\underbrace{(2 \times 5)}_{10} \times (10 + 40) = \underline{500}$$

$$\underbrace{(15 - 10)}_{10} \times (10 + 40) = \underline{500}$$

}

เปลี่ยนการดำเนินการย่อยในชุดของการดำเนินการซึ่งยังคงได้คำตอบเท่าเดิม

3. ด้านความคิดริเริ่ม

เกณฑ์การประเมินความคิดริเริ่มที่ผู้สอนประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์และเชฟฟีวด์ สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิดริเริ่ม	ไม่สามารถคิดวิธีหาคำตอบที่แตกต่างจากวิธีคิดทั่วไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ หรือมีร่องรอยในการหาวิธีคิดที่แตกต่างจากวิธีคิดทั่วไป แต่ไม่สามารถใช้หาคำตอบได้	คิดวิธีที่จะนำไปหาคำตอบในสถานการณ์ที่กำหนดได้ แต่เป็นวิธีที่ค่อนข้างธรรมดา คือ มีนักเรียนในห้องใช้ตั้งแต่ 20 % ขึ้นไป	คิดวิธีหาคำตอบได้ ซึ่งเป็นวิธีที่น่าสนใจ และเลือกใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม โดยอาจซ้ำกับนักเรียนคนอื่นบ้างเล็กน้อย คือ 10-19 % ของนักเรียนในห้อง	คิดวิธีหาคำตอบได้ ถูกต้อง โดยเลือกใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม โดดเด่น ไม่เหมือนใคร ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ความรอบรู้ในการคิดและมีนักเรียนเพียง 1-2 คนที่ใช้วิธีนี้ หรือน้อยกว่า 10% ของนักเรียนในห้อง

จากแนวคิดของทอแรนซ์และเชฟฟีวด์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้สอนปรับเกณฑ์โดยลดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิดริเริ่ม	ไม่สามารถคิดหาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนนได้เลย	คิดหาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนนได้ แต่เป็นแนวคิดในการหาคำตอบที่ค่อนข้างธรรมดา คือ มีนักเรียนในห้องใช้ตั้งแต่ 6% ขึ้นไป เช่น นำจำนวนสองจำนวนมาบวกกัน	คิดหาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนนได้ ซึ่งไม่ค่อยมีคนนำแนวคิดในการหาคำตอบนั้นมาใช้ หรือถ้ามีคนใช้ก็เป็นส่วนน้อย คือ 3-5% ของนักเรียนในห้อง	คิดหาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนนได้ โดดเด่น แปลกแตกต่างจากคนอื่นมาใช้ในการคิดหาคำตอบ ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ ความรอบรู้ในการคิดและมีนักเรียนเพียง 1 หรือ 2 คนที่ใช้วิธีนี้ หรือ 1-2% ของนักเรียนในห้อง

4. ด้านความคิดละเอียดลออ

เกณฑ์การประเมินความคิดละเอียดลออที่ผู้สอนประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์ และเซฟฟีวด์ สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิด ละเอียดลออ	ไม่สามารถแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดได้เลย หรืออธิบายวิธีคิดแก้ปัญหาโดยใช้ความสัมพันธ์แบบรูป กฎ หลักการ หรือสมการไม่เหมาะสมกับเงื่อนไขของแบบรูป	อธิบายวิธีคิดในการหา กฎ หลักการของแบบรูป หรือสมการในการแก้ปัญหาได้บ้างเล็กน้อย แต่ยังไม่ชัดเจนในบางประเด็น	อธิบายวิธีคิดในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนด โดยใช้กฎ หลักการของแบบรูป หรือสมการได้อย่างชัดเจน โดยใช้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม	อธิบายวิธีแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนด โดยกล่าวถึงวิธีคิดในการหาความสัมพันธ์ กฎหลักการของแบบรูป ได้อย่างชัดเจน กระชับ ถ้วนถี่ และวิธีนั้น ๆ ใช้การได้ดี หรือสามารถอธิบายเป็นกราฟ แบบจำลอง ความคิด หรือสมการได้ โดยใช้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม

จากแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟฟีวด์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้สอนปรับเกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิด ละเอียดลออ	ไม่สามารถคิดหาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนนได้เลย	หาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนน แต่คะแนนรวมยังไม่ผ่าน ซึ่งเกิดจากระบบการคิด เช่น หาคำตอบเฉพาะที่ได้คะแนนสูงสุด คือ 50 คะแนน	หาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนน โดยจัดระบบการคิดได้ค่อนข้างเป็นระบบ และใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม	หาคำตอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่จะได้คะแนน โดยจัดระบบการคิดได้อย่างเป็นระบบ แสดงถึง การวางแผนในการคิดอธิบายชัดเจน กระชับ ถ้วนถี่ และใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม

3. แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน)

ตารางที่ 22 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน) ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.50	0.71	0.911
2	0.48	0.62	
3	0.54	0.60	
4	0.60	0.59	
5	0.61	0.52	

ตัวอย่างข้อสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน) และเกณฑ์การให้คะแนน

คำชี้แจง

- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ผู้ศึกษาวิจัยสร้างขึ้น เพื่อให้ นักเรียนได้แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya) โดย ปัญหาแต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ การตอบคำถามในแต่ละข้อย่อยให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้
 - ข้อย่อยที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถาม
 - ข้อย่อยที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ให้นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลที่ได้ วิเคราะห์ไปแล้วในข้อย่อยที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อพิจารณา ว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม โดยแบ่งขั้นตอนการ แก้ปัญหาว่าอะไรเป็นขั้นตอนใหญ่ อะไรเป็นขั้นตอนย่อย จะต้องทำหรือหาอะไรก่อน-หลัง และจะ หาได้อย่างไร
 - ข้อย่อยที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการคิดคำนวณ หรือลง มือแก้ปัญหตามี่วางแผนไว้ในข้อย่อยที่ 2 พร้อมทั้งสรุปคำตอบ
 - ข้อย่อยที่ 4 ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ให้นักเรียนแสดง การตรวจสอบการแก้ปัญหทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ ความถูกต้อง การพิจารณาความ สมเหตุสมผลของคำตอบ และตรวจสอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนด ตลอดจนตรวจสอบ กระบวนการต่างๆในการหาคำตอบ
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ มีคะแนนข้อละ 6 คะแนน
- ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบฉบับนี้ 60 นาที
- ให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล และห้องลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
- ถ้ากระดาษคำตอบไม่พอให้นักเรียนขอเพิ่มเติมได้อีก
- ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
- หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
- ขอขอบคุณในความร่วมมือ

3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) แสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

เฉลยแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่ 1.

ญาญาซื้อเสื้อ 5 ตัว ราคาตัวละ 99 บาท ซื้อกางเกง 4 ตัว ราคาตัวละ 199 บาท ถ้าญาญาต้องการคิดราคาเสื้ออย่างรวดเร็ว ญาญาจะคิดโดยใช้วิธีใด และญาญาจะต้องจ่ายเงินทั้งหมดเท่าไร

1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....
ราคาเสื้อ ตัวละ 99 บาท

.....
ราคากางเกง ตัวละ 199 บาท

.....
จำนวนเสื้อ 5 ตัว

.....
จำนวนกางเกง 4 ตัว

.....
.....
สิ่งที่โจทย์ถาม
จำนวนเงินที่จ่ายไป

.....
.....
วิธีคิดของญาญาที่ทำให้จ่ายเงินได้รวดเร็ว

2) วางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

.....
.....
เปลี่ยนรูป จากเสื้อราคาตัวละ 99 บาท เป็น เสื้อราคาตัวละ 100-1 บาท

.....
.....
เปลี่ยนรูป จากเสื้อราคาตัวละ 99 บาท เป็น เสื้อราคาตัวละ 100-1 บาท

.....
.....
จากนั้น นำราคาของเสื้อมาคูณกับจำนวนของเสื้อ

.....
.....
และนำราคาของกางเกงมาคูณกับจำนวนกางเกง

.....
.....
แล้วเอาผลคูณมารวมกัน

3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ดังนี้

นำราคาเสื้อคูณกับจำนวนเสื้อ รวมกับ ราคากางเกงคูณกับจำนวนกางเกง

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } [5 \times (100 - 1)] + [4 \times (200 - 1)] &= [(5 \times 100) - (5 \times 1)] + [(4 \times 200) - (4 \times 1)] \\
 &= (500 - 5) + (800 - 4) \\
 &= 495 + 796 \\
 &= 1291
 \end{aligned}$$

4) แสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ดังนี้

สัญญาจ่ายเงินทั้งหมด 1291 บาท

ย้อนไปตรวจสอบแต่ละขั้นตอน

$$\text{ตอนที่ 1 ราคาเสื้อ } 5 \times 99 = 495 \text{ บาท}$$

$$\text{ตอนที่ 2 ราคากางเกง } 4 \times 199 = 796$$

$$\text{รวมต้องจ่ายเงิน } = 495 + 796$$

$$= 1291 \text{ บาท}$$

ตอบ 1291 บาท

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่องระบบจำนวนเต็ม (ฉบับก่อนเรียน)

ข้อย่อย	คะแนนเต็ม	ระดับคะแนน	ระดับพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการตั้งปัญหา
1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา (understand the problem)	2	0	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามไม่ถูกต้อง หรือไม่ทำเลย
		1	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องบางส่วน หรือไม่ครบถ้วน
		2	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องและครบถ้วน
2. วางแผนแก้ปัญหา (devise a plan)	3	0	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ทำเลย
		1	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่มีบางส่วนผิดโดยอาจแสดงลำดับการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือเขียนในรูปวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง 2 ที่ขึ้นไป
		2	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่มีบางส่วนผิดโดยอาจแสดงลำดับการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
		3	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม เช่น แสดงขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับก่อนหลังหรือเขียนในรูปวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

ชื่อย่อ	คะแนน เต็ม	ระดับ คะแนน	ระดับพฤติกรรมที่แสดงออกถึง ความสามารถในการตั้งปัญหา
3. ขั้นตอนการ แก้ปัญหาและ หาคำตอบ (carry out the plan)	3	0	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มี ร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาเลย
		1	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องในบางส่วนซึ่ง เป็นส่วนน้อย หรือมีร่องรอยการดำเนินการ แก้ปัญหาบ้างเล็กน้อยแต่ไม่สำเร็จ
		2	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาได้พอสมควร แต่ไม่สำเร็จ
		2.5	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณ/แก้สมการได้อย่างถูกต้อง แต่สรุป คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ครบถ้วน
		3	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ หรือ คิดคำนวณ/แก้สมการได้อย่างถูกต้อง พร้อมทั้งสรุป คำตอบได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน
4. ขั้นตรวจสอบ กระบวนการ แก้ปัญหาและ คำตอบ (look back)	2	0	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา และคำตอบไม่ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผล ไม่ครบถ้วน หรือไม่มีการตรวจสอบเลย
		1	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา และคำตอบได้ถูกต้อง และสมเหตุสมผล แต่ไม่ครบถ้วน
		2	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา และคำตอบได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล และครบถ้วน

หมายเหตุ การตรวจให้คะแนนพิจารณาตามความชัดเจนในการอธิบายของนักเรียนและให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด ทั้งนี้ นักเรียนอาจคิดหาคำตอบโดยใช้วิธีอื่นนอกเหนือจากนี้ได้ โดยครูผู้ตรวจจะตรวจให้คะแนนตามวิธีการคิดและการอธิบายของนักเรียนในแต่ละกรณีตามความเหมาะสมในดุลยพินิจของผู้ตรวจ

4. แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
ฉบับหลังเรียน

ตารางที่ 23 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับหลังเรียน) ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบของ Brooks

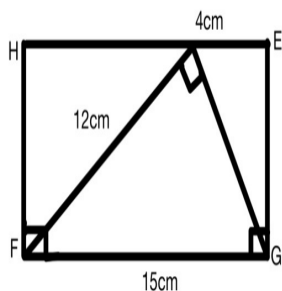
ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.756	0.500	0.784
2	0.366	0.250	
3	0.366	0.250	
4	0.634	0.250	
5	0.756	0.250	
6	0.780	0.583	
7	0.512	0.750	
8	0.244	0.250	
9	0.463	0.417	
10	0.463	0.583	
11	0.756	0.250	
12	0.732	0.417	
13	0.634	0.417	
14	0.732	0.500	
15	0.439	0.333	
16	0.463	0.417	
17	0.683	0.500	
18	0.634	0.667	
19	0.537	0.250	
20	0.732	0.333	
21	0.366	0.250	
22	0.341	0.250	
23	0.439	0.333	
24	0.756	0.333	
25	0.293	0.250	
26	0.634	0.333	
27	0.512	0.583	
28	0.341	0.833	
29	0.561	0.667	
30	0.488	0.500	

หมายเหตุ

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับหลังเรียน) ใช้ข้อคำถามเดียวกับฉบับก่อนเรียน แต่มีการสลับข้อ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ฉบับหลังเรียน
และการตรวจให้คะแนน

1. จากรูป ความสัมพันธ์ในข้อใดถูกต้อง



- ก. $N^2 = P^2 + Q^2$ ข. $P^2 = Q^2 + N^2$
ค. $Q^2 = P^2 + N^2$ ง. $Q^2 = P^2 - N^2$

2. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเป็น b หน่วย และมีความยาวของด้านประกอบมุมฉากเป็น 20, 29 หน่วย ข้อใดที่แสดงความสัมพันธ์ **ไม่ถูกต้อง**

- ก. $b^2 - 29^2 = 20^2$ ข. $b^2 - 20^2 = 29^2$
ค. $b^2 = 29^2 + 20^2$ ง. $b^2 = 29^2 - 20^2$

4cm

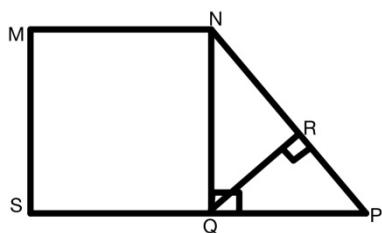
จากรูป จงตอบคำถาม ข้อ 3 - 4

3. พื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับเท่าไร

- ก. 50 cm^2 ข. 52 cm^2 ค. 54 cm^2 ง. 56 cm^2

4. \overline{AC} ยาวเท่าไร

- ก. $\sqrt{5} \text{ cm}$ ข. $\sqrt{13} \text{ cm}$ ค. $\sqrt{65} \text{ cm}$ ง. 65 cm



จากรูป จงตอบคำถาม ข้อ 5 – 6

กำหนดให้ MNSP เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีพื้นที่ 16 ตารางเซนติเมตร และ $QP = 3$ เซนติเมตร

5. \overline{NP} ยาวเท่าไร

ก. 5 cm

ข. 6 cm

ค. 7 cm

ง. 8 cm

6. \overline{QR} ยาวเท่าไร

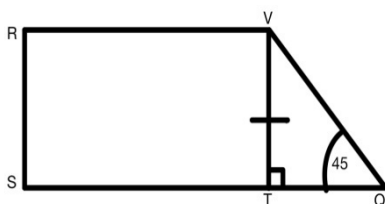
ก. 2.2 cm

ข. 2.3 cm

ค. 2.4 cm

ง. 2.5 cm

7. จากรูป พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส TSRV เป็นกี่ตารางหน่วย



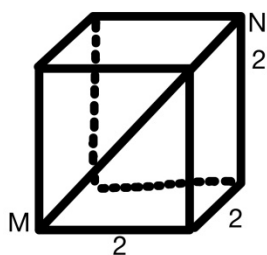
ก. $3\sqrt{2}$ ตารางหน่วย

ข. 18 ตารางหน่วย

ค. 24 ตารางหน่วย

ง. 36 ตารางหน่วย

8. จากรูป ลูกบาศก์มีความยาวแต่ละด้านเป็น 2 นิ้ว อยากทราบว่า MN ยาวกี่นิ้ว



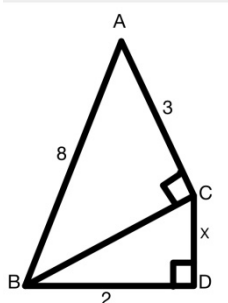
ก. $2\sqrt{6}$ นิ้ว

ข. $2\sqrt{2}$ นิ้ว

ค. $2\sqrt{5}$ นิ้ว

ง. $2\sqrt{3}$ นิ้ว

9. จากรูป Y มีค่าตรงกับข้อใด



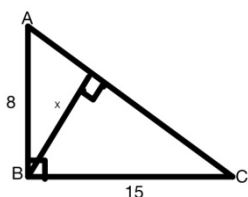
ก. 50 หน่วย

ข. 51 หน่วย

ค. $\sqrt{50}$ หน่วย

ง. $\sqrt{51}$ หน่วย

10. จากรูป x มีค่าตรงกับข้อใด



ก. 120 หน่วย

ข. $\frac{120}{7}$ หน่วย

ค. $\frac{120}{17}$ หน่วย

ง. $\frac{120}{13}$ หน่วย

11. เสออากาศโทรทัศน์ต้นหนึ่ง จุดที่ขึงลวดอยู่สูงจากพื้นดิน 6.4 เมตร ปลายลวดอีกด้านหนึ่งอยู่บนพื้นดินห่างจากเสออากาศ 5.2 เมตร ความยาวของลวดที่ใช้ขึงอย่างน้อยที่สุดต้องยาวเท่าไร

ก. $2\sqrt{17}$ เมตร

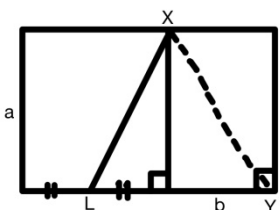
ข. $3\sqrt{17}$ เมตร

ค. $2\sqrt{19}$ เมตร

ง. $3\sqrt{19}$ เมตร



12. จากรูป ถ้า $OX = OY$ แล้ว $\frac{a}{b}$ มีค่าเท่าใด



ก. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

ข. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

ค. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

ง. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

13. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 60 ตารางหน่วย ถูกแบ่งออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 5 รูป ซึ่งมีพื้นที่เท่า ๆ กัน (ไม่ทับกัน) ความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ตรงกับข้อใด

ก. $2\sqrt{3}$ หน่วย

ข. 120 หน่วย

ค. 144 หน่วย

ง. $24\sqrt{3}$ หน่วย

14. ให้ a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากแล้ว จงหาค่า c โดยกำหนด $a = 9$, $b = 40$

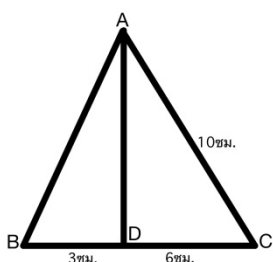
ก. 27

ข. 39

ค. 41

ง. 57

15. รูปสามเหลี่ยม ABD มีด้าน AC ยาว 10 ซม. และ AD เป็นความสูงของรูปสามเหลี่ยม ABC ตั้งฉากกับฐาน BC ยาว 3 ซม. และ DC ยาว 6 ซม. จงหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC ได้เท่าใด (ค)



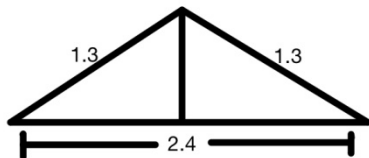
ก. 27

ข. 29

ค. 36

ง. 39

16. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งด้านที่ยาวเท่ากันนั้นยาว 1.3 ซม. ฐานยาว 2.4 ซม. จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปนี้

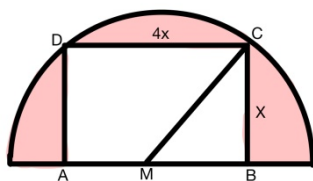


- ก. 0.5 ตร.ซ.ม. ข. 0.6 ตร.ซ.ม.
ค. 0.7 ตร.ซ.ม. ง. 0.8 ตร.ซ.ม.

17. อัตราส่วนด้านประกอบมุมฉากของสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็น 3 : 4 และสามเหลี่ยมนี้มีพื้นที่ 54 ตารางนิ้ว จงหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

- ก. 10 นิ้ว ข. 15 นิ้ว ค. 20 นิ้ว ง. 25 นิ้ว

18. ในครึ่งวงกลมรัศมียาว $5\sqrt{5}$ ซม. มีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแนบในดังรูป จงหาพื้นที่ของวงกลมในส่วนที่แรเงา (กำหนดให้ $\pi = 3.14$)



- ก. 69.25 ตร.ซ.ม. ข. 96.25 ตร.ซ.ม.
ค. 75.25 ตร.ซ.ม. ง. 57.25 ตร.ซ.ม.

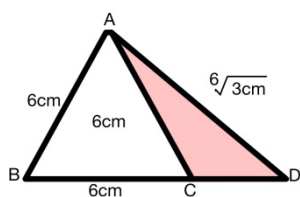
19. นาย ก เดินทางไปทางทิศเหนือ 12 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออก 10 กิโลเมตร ต่อจากนั้นเดินทางลงใต้ 20 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันตก 18 กิโลเมตร เขาอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่าไร

- ก. $5\sqrt{3}$ ซม. ข. $8\sqrt{2}$ ซม.
ค. $9\sqrt{5}$ ซม. ง. $10\sqrt{6}$ ซม.

20. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีเส้นทแยงมุมยาว 14 และ 48 เซนติเมตร ความยาวของเส้นรอบรูปยาวเท่าไร

- ก. 80 ซม. ข. 100 ซม. ค. 120 ซม. ง. 140 ซม.

21. จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าซึ่งยาวด้านละ 6 ซม. และมี $AD = 6\sqrt{3}$ ซม. พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่แรเงาเท่ากับข้อใด



- ก. $9\sqrt{3}$ ตร.ซ.ม. ข. $12\sqrt{3}$ ตร.ซ.ม.
ค. $18\sqrt{3}$ ตร.ซ.ม. ง. $27\sqrt{3}$ ตร.ซ.ม.

22. รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามเป็นอัตราส่วน 14 : 48 : 50 รูปสามเหลี่ยมนี้เป็นสามเหลี่ยมชนิดใด

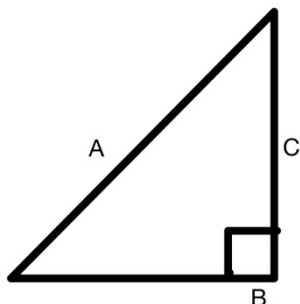
ก. รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

ข. รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน

ค. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ง. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

23. จากรูป ให้ A,B,C แทนความยาวของด้าน มุมฉาก จงหาความยาวของ P



ก. $\sqrt{B^2 + C^2}$

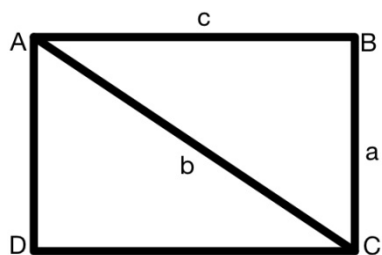
ข. $\sqrt{A^2 + C^2}$

ค. $\sqrt{A^2 + C^2}$

ง. $\sqrt{A^2 - C^2}$

24. กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้าน AD ยาวหน่วย AC ยาว b หน่วย และ AD ยาว c หน่วย ข้อใดเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ถูกต้อง

หมายเหตุ* เลข 2 คือเลขยกกำลัง



ก. $a^2 = b^2 + c^2$

ข. $c^2 = a^2 + b^2$

ค. $b^2 = a^2 + c^2$

ง. $a^2 = c^2 - b^2$

25. ถ้ากำหนดด้าน 3 ด้านของรูปสามเหลี่ยมคือ 16, 30 และ 34 หน่วย อยากทราบว่ารูปสามเหลี่ยมที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมใด

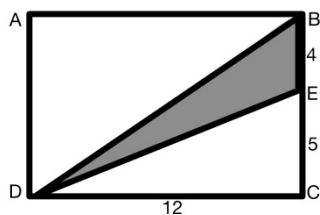
ก. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

ข. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ค. รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

ง. รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

26. จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ความยาวเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม BDE ตรงกับข้อใด



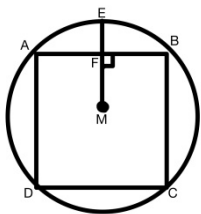
ก. $19 + 5\sqrt{2}$ หน่วย

ข. 28 หน่วย

ค. $17 + \sqrt{185}$ หน่วย

ข. 32 หน่วย

27. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD บรรจุในวงกลมที่มี M เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาว 4 หน่วย ถ้า $EM \perp AB$ ที่ F แล้ว EF ยาวเท่าไร



ก. $\sqrt{2}$ หน่วย

ข. $2\sqrt{2}$ หน่วย

ค. $4 - \sqrt{2}$ หน่วย

ง. $4 - 2\sqrt{2}$ หน่วย

28. ลูกเสือเดินทางไกลจากค่ายไปทางทิศเหนือ 18 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออก 4 กิโลเมตร แล้วขึ้นไปทางเหนืออีก 6 กิโลเมตร แล้วไปทางทิศตะวันออกอีก 28 กิโลเมตร อยากทราบว่าขณะนี้ ลูกเสืออยู่ห่างจากแนวเส้นตรงเป็นระยะทางเท่าใด

ก. 20 กม

ข. 30 กม

ค. 40 กม

ง. 50 กม

29. ชนภูมิขับรถไปทางทิศตะวันตก 30 กิโลเมตร เลี้ยวไปทางทิศใต้ 20 กิโลเมตร แล้วไปทางทิศ ตะวันออกอีก 51 กิโลเมตร ชนภูมิอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่าใดเมื่อวัดในแนวเส้นตรง

ก. 29 กิโลเมตร

ข. 32 กิโลเมตร

ค. 35 กิโลเมตร

ง. 39 กิโลเมตร

30. รถยนต์คันหนึ่งแล่นไปทางทิศเหนือเป็นระยะทาง 5 กิโลเมตร จากนั้นแล่นไปทางทิศเหนืออีก 7 กิโลเมตร ดังนั้นรถยนต์อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นเท่าไร เมื่อวัดตามแนวเส้นตรง

ก. 13 กม.

ข. 15 กม.

ค. 17 กม.

ง. 21 กม.

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ฉบับหลังเรียน
 และการตรวจให้คะแนน

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	ค	11	ก	21	ก
2	ง	12	ข	22	ง
3	ค	13	ง	23	ง
4	ค	14	ค	24	ค
5	ก	15	ค	25	ค
6	ค	16	ข	26	ง
7	ข	17	ข	27	ง
8	ง	18	ข	28	ค
9	ง	19	ข	29	ก
10	ค	20	ข	30	ก

5. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับหลังเรียน)

ตารางที่ 24 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบความคิด
 สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับหลังเรียน)
 ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.51	0.71	0.735
2	0.43	0.55	
3	0.50	0.56	
4	0.45	0.69	
5	0.48	0.57	

ตัวอย่างข้อสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับหลังเรียน) และเกณฑ์การให้คะแนน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ผู้ศึกษาวิจัยสร้างขึ้นโดยเน้นความคิดสร้างสรรค์ทั้ง 4 องค์ประกอบ คือ
 1. ความคิดคล่อง
 2. ความคิดยืดหยุ่น
 3. ความคิดริเริ่ม
 4. ความคิดละเอียดลออ
2. แบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบที่เน้นให้นักเรียนเขียนคำตอบได้อย่างอิสระเท่าที่นักเรียนสามารถจะตอบได้
- 4 เวลาในการทำแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ (ข้อละ 12 คะแนน) ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
4. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล และห้องลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
5. ถ้ากระดาษคำตอบไม่พอให้นักเรียนขอเพิ่มเติมได้อีก
6. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
7. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
8. ขอขอบคุณในความร่วมมือ

ตัวอย่างข้อสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส และเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อที่ 1. จากข้อมูลความยาวส่วนของเส้นตรงซึ่งนักเรียนสามารถเขียนกำหนดหน่วยความยาวได้เอง มีดังต่อไปนี้

0.1 , 0.2 , $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, 0.5 , 0.6 , 0.8 , 1 , 2 , 4 , 5 , 6 , 8 , 8.5 , 9 ,
 $9\frac{2}{3}$, 10 , 11 , 12 , 13 , 15 , 16 , 17 , 18 , 19 , 23 , 24 , 25 , 26 , 27 ,
 32 , , 35 , 40 , 41 , 60 , 61 , 80 , 100 , 200

ให้นักเรียนจับกลุ่มส่วนของเส้นตรง 3 เส้น ที่สามารถนำมาวางเรียงเป็นรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนรู้จักได้ และบอกชนิด หรือลักษณะ ของสามเหลี่ยมดังกล่าว พร้อมทั้งใส่หน่วยความยาว

ความยาวส่วนของเส้นตรง	สามเหลี่ยม
ตัวอย่างคำตอบ	
1) 3 นิ้ว, 4 นิ้ว, 5 นิ้ว	เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก } จัดเป็นลักษณะเดียวกัน คือ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก } สามเหลี่ยมมุมฉากที่น้อยเหมือนกัน เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก } เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก } (จัดเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีหน่วยต่างกัน) เป็นสามเหลี่ยมมุมแหลม
2) 6 ม., 8 ม., 10 ม.	
3) 0.5 ซม., 1.2 ซม., 1.3 ซม.	
4) 1 ซม., 6 ม.ม., 8 ม.ม.,	
5) 80 ไมล์ , 100 ไมล์, 200 ไมล์	



ตอบ

ความยาวส่วนของเส้นตรง	สามเหลี่ยม
1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.

เกณฑ์การประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับข้อที่ 1.

1. ด้านความคิดคล่อง

เกณฑ์การประเมินความคิดคล่องที่ผู้สอนประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์และเชฟฟีวด์ สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิดคล่อง	ได้คำตอบ 1 คำตอบที่ยังไม่สมบูรณ์หรือยังไม่สามารถนำไปใช้งานได้	ได้คำตอบที่เหมาะสมอย่างน้อย 1 คำตอบหรือได้ความสัมพันธ์ของคำถาม (หรือจำนวนตามเหมาะสมของแต่ละสถานการณ์)	ได้คำตอบที่เหมาะสมอย่างน้อย 2 คำตอบหรือได้ความสัมพันธ์ของคำถามเป็นอย่างดี (หรือจำนวนตามเหมาะสมของแต่ละสถานการณ์)	ได้คำตอบที่เหมาะสมหลายคำตอบหรือได้ความสัมพันธ์ใหม่ของคำตอบ (หรือจำนวนตามเหมาะสมของแต่ละสถานการณ์)

จากแนวคิดของทอแรนซ์และเชฟฟีวด์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้สอนปรับเกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิดคล่อง	จับกลุ่มส่วนของเส้นตรงโดยใช้ชนิดหรือลักษณะของรูปสามเหลี่ยม 1 ชนิด/ลักษณะ ที่ยังไม่สมบูรณ์ หรือมีบางส่วน of เส้นตรงที่เลือกมา ไม่สอดคล้องกับชนิด/ลักษณะของกลุ่ม หรือไม่สามารถคิดหา กลุ่มของเส้นตรงที่จะนำมาประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมได้เลย	จับกลุ่มส่วนของเส้นตรงที่สามารถวางเรียงเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ถูกต้อง โดยใช้ชนิดหรือลักษณะของรูปสามเหลี่ยม 1-2 ชนิด/ลักษณะ	จับกลุ่มส่วนของเส้นตรงที่สามารถวางเรียงเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ถูกต้อง โดยใช้ชนิดหรือลักษณะของรูปสามเหลี่ยม 3-4 ชนิด/ลักษณะ	จับกลุ่มส่วนของเส้นตรงที่สามารถวางเรียงเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ถูกต้องหลายชนิด/ลักษณะคือ ตั้งแต่ 6 ชนิด/ลักษณะขึ้นไป

2. ด้านความคิดยืดหยุ่น

เกณฑ์การประเมินความคิดยืดหยุ่นที่ผู้สอนประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟพิวต์ สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิดยืดหยุ่น	ไม่สามารถหาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่กำหนดได้เลย หรือวิธีคิดที่หาไม่ถูกต้อง ไม่สามารถใช้ได้จริง หรือไม่เหมาะสมกับสถานการณ์	หาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่กำหนดได้ โดยทุกข้อคำถามใช้วิธีเดียวกัน เช่น ใช้วิธีการนับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียนแบบจำลองความคิด หรือวิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถจัดเป็นกลุ่มแนวคิดได้เพียง 1 กลุ่มแนวคิด	หาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่กำหนดอย่างน้อย 2 วิธี เช่น ใช้วิธีการนับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียนแบบจำลองความคิด หรือวิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถจัดเป็นกลุ่มแนวคิดได้ 2 กลุ่มแนวคิด	หาวิธีคิดตามสถานการณ์ที่กำหนดได้ โดยใช้วิธีหลากหลาย เช่น ใช้วิธีการนับต่อ ตาราง การวาดผัง การพิจารณาจากกราฟ สมการพีชคณิต การแทนค่า การเขียนแบบจำลองความคิด หรือวิธีคิดแบบอื่น ซึ่งสามารถจัดเป็นกลุ่มแนวคิดได้หลายกลุ่ม และเลือกใช้ได้อย่างหลากหลาย

จากแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟพิวต์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้สอนปรับเกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิดยืดหยุ่น	ไม่สามารถคิดหา กลุ่มของส่วนของเส้นตรงที่จะนำวางเรียงให้เกิดรูปสามเหลี่ยมได้เลย	คิดหา กลุ่มของส่วนของเส้นตรงที่นำมาเรียงเป็นรูป สามเหลี่ยมได้ถูกต้อง ซึ่งทุกกลุ่มใช้ สามเหลี่ยมชนิด/ลักษณะเดียวกัน เช่น เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากทุกรูป	คิดหา กลุ่มของส่วนของเส้นตรงที่นำมาเรียงเป็นรูป สามเหลี่ยมได้ถูกต้อง โดยมีวิธีในการหาชนิด/ลักษณะ 2 วิธี เช่น สามเหลี่ยมมุมฉาก สามเหลี่ยมป้าน สามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีการใช้หน่วยที่แตกต่างกันมาทำให้ได้กลุ่มของส่วนของเส้นตรงมากขึ้น	คิดหา กลุ่มของส่วนของเส้นตรงที่นำมาเรียงเป็นรูป สามเหลี่ยมได้ถูกต้อง โดยมีวิธีในการหาชนิด/ลักษณะ หลากหลายวิธี คือ ตั้งแต่ 3 วิธีขึ้นไป เช่น สามเหลี่ยมมุมฉาก สามเหลี่ยมป้าน สามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีการใช้หน่วยที่แตกต่างกันมาทำให้ได้กลุ่มของส่วนของเส้นตรงมากขึ้น

3. ด้านความคิดริเริ่ม

เกณฑ์การประเมินความคิดริเริ่มที่ผู้สอนประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟพิวด์ สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิดริเริ่ม	ไม่สามารถคิดวิธีหาคำตอบที่แตกต่างจากวิธีคิดทั่วไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ หรือมีร่องรอยในการหาวิธีคิดที่แตกต่างจากวิธีคิดทั่วไป แต่ไม่สามารถใช้หาคำตอบได้	คิดวิธีที่จะนำไปหาคำตอบในสถานการณ์ที่กำหนดได้ แต่เป็นวิธีที่ค่อนข้างธรรมดา คือ มีนักเรียนในห้องใช้ตั้งแต่ 20% ขึ้นไป	คิดวิธีหาคำตอบได้ ซึ่งเป็นวิธีที่น่าสนใจ และเลือกใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม โดยอาจซ้ำกับนักเรียนคนอื่นบ้างเล็กน้อย คือ 10-19% ของนักเรียนในห้อง	คิดวิธีหาคำตอบได้ ถูกต้อง โดยเลือกใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม โดดเด่น ไม่เหมือนใคร ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ความรู้ในการคิดและมีนักเรียนเพียง 1-2 คนที่ใช้วิธีนี้ หรือน้อยกว่า 10% ของนักเรียนในห้อง

จากแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟพิวด์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้สอนปรับเกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิดริเริ่ม	จับกลุ่มส่วนของเส้นตรงให้นำมาเรียงเป็นรูปสามเหลี่ยมได้โดยใช้ชนิด/ลักษณะ ได้ แตกต่างจากวิธีทั่วไป แต่มีบางจำนวนที่เลือกมาไม่สอดคล้องกับชนิด/ลักษณะของกลุ่ม	จับกลุ่มส่วนของเส้นตรงให้นำมาเรียงเป็นรูปสามเหลี่ยมได้โดยใช้ชนิด/ลักษณะ ได้ แตกต่างจากวิธีทั่วไป แต่เป็นแนวคิดของชนิด/ลักษณะ ที่ค่อนข้างธรรมดา คือ มีนักเรียนในห้องใช้ตั้งแต่ 20% ขึ้นไป เช่น การเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก	จับกลุ่มส่วนของเส้นตรงให้นำมาเรียงเป็นรูปสามเหลี่ยมได้โดยใช้ชนิด/ลักษณะ ได้ แตกต่างจากวิธีทั่วไป คือ มีนักเรียนในห้องใช้จับกลุ่มดังกล่าวบ้างเล็กน้อย คือ 10-19% ของนักเรียนในห้อง	จับกลุ่มส่วนของเส้นตรงให้นำมาเรียงเป็นรูปสามเหลี่ยมได้โดยใช้ชนิด/ลักษณะ ได้ เป็นแนวคิดที่โดดเด่น โดดเด่น แปลกแตกต่างจาก คนอื่นมาใช้ในการจับกลุ่มของเส้นตรงที่กำหนด ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ความรู้ในการคิด และมีนักเรียนเพียง 1-2 คนที่ใช้วิธีนี้ หรือน้อยกว่า 10% ของนักเรียนในห้อง

4. ด้านความคิดละเอียดลออ

เกณฑ์การประเมินความคิดละเอียดลออที่ผู้สอนประยุกต์ตามแนวคิดของทอแรนซ์ และเซฟพิวต์ สำหรับกรณีทั่วไป คือ

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิด ละเอียดลออ	ไม่สามารถแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดได้เลย หรืออธิบายวิธีคิดแก้ปัญหาโดยใช้ความสัมพันธ์แบบรูป กฎ หลักการหรือสมการไม่เหมาะสมกับเงื่อนไขของแบบรูป	อธิบายวิธีคิดในการหา กฎ หลักการของแบบรูป หรือสมการในการแก้ปัญหาได้บ้างเล็กน้อย แต่ยังไม่ชัดเจนในบางประเด็น	อธิบายวิธีคิดในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนด โดยใช้กฎ หลักการของแบบรูป หรือสมการได้อย่างชัดเจน โดยใช้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม	อธิบายวิธีแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนด โดยกล่าวถึงวิธีคิดในการหาความสัมพันธ์ กฎหลักการของแบบรูปได้อย่างชัดเจน กระชับ ถ้วนถี่ และวิธีนั้น ๆ ใช้การได้ดี หรือสามารถอธิบายเป็นกราฟ แบบจำลองความคิด หรือสมการได้ โดยใช้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม

จากแนวคิดของทอแรนซ์และเซฟพิวต์ และบริบทของสถานการณ์ในโจทย์ข้อนี้ ผู้สอนปรับเกณฑ์โดยถอดความ และขยายความ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

เกณฑ์ประเมิน	ระดับคะแนน			
	0	1	2	3
ความคิด ละเอียดลออ	ไม่สามารถจับกลุ่มส่วนของเส้นตรงได้เลย หรือจับกลุ่มมาแล้วไม่ถูกต้อง จับกลุ่มมาถูกต้องแต่อธิบายชนิด/ลักษณะผิด มีความสับสน	อธิบายวิธีการจับกลุ่มส่วนของเส้นตรงได้บางชนิด/ลักษณะ แต่ยังไม่ชัดเจนในบางประเด็น	อธิบายวิธีการจับกลุ่มส่วนของเส้นตรงได้อย่างชัดเจน	อธิบายวิธีการจับกลุ่มส่วนของเส้นตรงได้อย่างชัดเจน กระชับ ถ้วนถี่ และแนวคิดที่ใช้เป็นแนวคิดที่ใช้การได้ดี หรือสามารถอธิบายเป็นกราฟ แบบจำลองความคิด หรือสมการได้ โดยใช้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม

6. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับหลังเรียน)

ตารางที่ 25 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบความสามารถ
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับหลังเรียน)
ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.50	0.71	0.911
2	0.48	0.62	
3	0.54	0.60	
4	0.60	0.59	
5	0.61	0.52	

ตัวอย่างข้อสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนน

คำชี้แจง

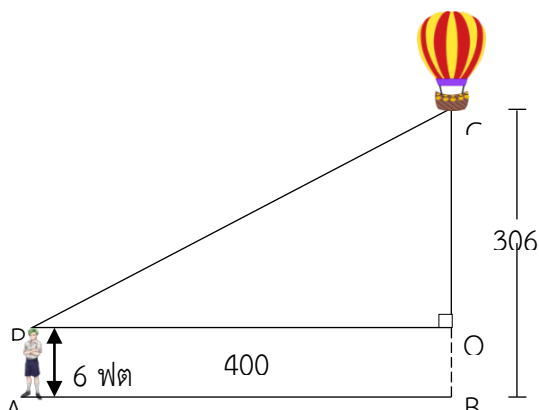
1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ผู้ศึกษาวิจัยสร้างขึ้น เพื่อให้ นักเรียนได้แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya) โดย ปัญหาแต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ การตอบคำถามในแต่ละข้อย่อยให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้
 - ข้อย่อยที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถาม
 - ข้อย่อยที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ให้นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลที่ได้วิเคราะห์ไปแล้วในข้อย่อยที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อ พิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม โดยแบ่งขั้นตอน การแก้ปัญหาว່ว่าอะไรเป็นขั้นตอนใหญ่ อะไรเป็นขั้นตอนย่อย จะต้องทำหรือหาอะไรก่อน-หลัง และจะหาได้อย่างไร
 - ข้อย่อยที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการคิดคำนวณ หรือลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ในข้อย่อยที่ 2 พร้อมทั้งสรุปคำตอบ
 - ข้อย่อยที่ 4 ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ให้นักเรียนแสดง การตรวจสอบการแก้ปัญหาทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ ความถูกต้อง การพิจารณา ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตรวจสอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนด ตลอดจน ตรวจสอบกระบวนการต่างๆในการหาคำตอบ
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ มีคะแนนข้อละ 6 คะแนน
3. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบฉบับนี้ 60 นาที
4. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล และห้องลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
5. ถ้ากระดาษคำตอบไม่พอให้นักเรียนขอเพิ่มเติมได้อีก
6. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
7. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามอาจารย์คุมสอบ
8. ขอขอบคุณในความร่วมมือ

ตัวอย่างแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อที่ 1.

เด็กชายตั๊กทวยสูง 6 ฟุต ยืนอยู่ห่างจากจุดปล่อยบอลลูน 400 ฟุต บอลลูนลอยขึ้นไปจากจุดปล่อยบอลลูน 306 ฟุต จงหาว่าศีรษะเด็กชายตั๊กทวยอยู่ห่างจากบอลลูนกี่ฟุต



- 1) สิ่งทีโจทย์กำหนดให้ คือ

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

- 2) วางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

.....

.....

- 3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ดังนี้

.....

.....

.....

.....

- 4) แสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ดังนี้

.....

.....

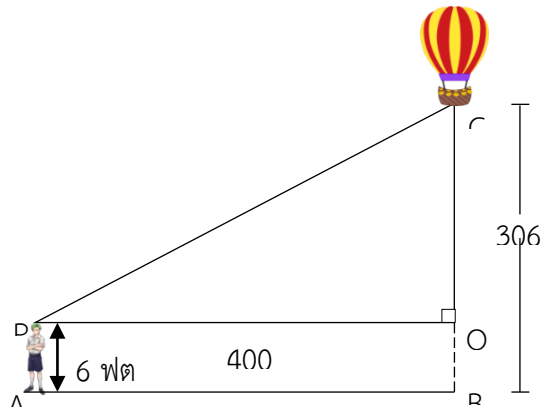
.....

.....

เฉลยแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อที่ 1. (คะแนนเต็มรวม 6 คะแนน)

เด็กชายตั๊กทวยสูง 6 ฟุต ยืนอยู่ห่างจากจุดปล่อยบอลลูน 400 ฟุต บอลลูนลอยขึ้นไปจากจุดปล่อยบอลลูน 306 ฟุต จงหาว่าศีรษะเด็กชายตั๊กทวยอยู่ห่างจากบอลลูนกี่ฟุต



วิธีทำ 1) หาด้าน CQ

$$\text{จะได้ } CQ = 306 - 6 = 300 \text{ ฟุต}$$

2) หาระยะห่างจากศีรษะของชายคนนี้กับบอลลูน

$$\text{จะได้ } PC^2 = PQ^2 + CQ^2$$

$$PC^2 = 400^2 + 300^2$$

$$PC^2 = 160,000^2 + 90,000^2$$

$$PC^2 = 250,000^2$$

$$PC = \sqrt{250,000}$$

$$PC = 500$$

ดังนั้น ศีรษะชายคนนี้อยู่ห่างจากบอลลูน 500 ฟุต

$$\text{การตรวจสอบ } PC^2 = PQ^2 + CQ^2$$

$$500^2 = 250,000^2 + 250,000^2 \quad \text{เป็นจำนวนจริง}$$

หมายเหตุ การตรวจให้คะแนนพิจารณาตามความชัดเจนในการอธิบายของนักเรียนและให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด ทั้งนี้ นักเรียนอาจคิดหาคำตอบโดยใช้วิธีอื่นนอกเหนือจากนี้ได้ โดยครูผู้ตรวจจะตรวจให้คะแนนตามวิธีการคิดและการอธิบายของนักเรียนในแต่ละกรณีตามความเหมาะสมในดุลยพินิจของผู้ตรวจ

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ฉบับหลังเรียน)

ข้อย่อย	คะแนนเต็ม	ระดับคะแนน	ระดับพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการตั้งปัญหา
1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา (understand the problem)	2	0	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามไม่ถูกต้อง หรือไม่ทำเลย
		1	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องบางส่วน หรือไม่ครบถ้วน
		2	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องและครบถ้วน
2. วางแผนแก้ปัญหา (devise a plan)	3	0	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ทำเลย
		1	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่มีบางส่วนผิดโดยอาจแสดงลำดับการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือเขียนในรูปวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง 2 ที่ขึ้นไป
		2	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่มีบางส่วนผิดโดยอาจแสดงลำดับการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
		3	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม เช่น แสดงขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับก่อนหลังหรือเขียนในรูปวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

ชื่อย่อ	คะแนน เต็ม	ระดับ คะแนน	ระดับพฤติกรรมที่แสดงออกถึง ความสามารถในการตั้งปัญหา
3. ขั้นตอนการ แก้ปัญหาและ หาคำตอบ (carry out the plan)	3	0	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มี ร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาเลย
		1	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องในบางส่วนซึ่ง เป็นส่วนน้อย หรือมีร่องรอยการดำเนินการ แก้ปัญหาบ้างเล็กน้อยแต่ไม่สำเร็จ
		2	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาได้พอสมควร แต่ไม่สำเร็จ
		2.5	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณ/แก้สมการได้อย่างถูกต้อง แต่สรุป คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ครบถ้วน
		3	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ หรือ คิดคำนวณ/แก้สมการได้อย่างถูกต้อง พร้อมทั้งสรุป คำตอบได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน
4. ขั้นตรวจสอบ กระบวนการ แก้ปัญหาและ คำตอบ (look back)	2	0	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา และคำตอบไม่ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผล ไม่ครบถ้วน หรือไม่มีการตรวจสอบเลย
		1	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา และคำตอบได้ถูกต้อง และสมเหตุสมผล แต่ไม่ครบถ้วน
		2	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา และคำตอบได้ถูกต้อง สมเหตุสมผล และครบถ้วน