

รายงาน/บทความ/ข้อคิดเห็นทางวิชาการ

1. ปัญหาการประยุกต์ใช้ทฤษฎีทางการศึกษาคณิตศาสตร์และแนวทางการแก้ไข

ข้าพเจ้าศึกษาเอกสาร ตำราต่างๆที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีทางการศึกษาคณิตศาสตร์จากแหล่งเรียนรู้ คือ ห้องสมุดโรงเรียนระยองวิทยาคมปากน้ำ และสืบค้นจากเว็บไซต์ต่างๆ ในวันที่ 12 – 17 มิถุนายน พ.ศ. 2556 รวมระยะเวลา 6 วัน โดยมุ่งเน้นเรื่องปัญหาในการประยุกต์ปัญหาการประยุกต์ใช้ทฤษฎีทางการศึกษาคณิตศาสตร์และแนวทางการแก้ไขเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการนำทฤษฎีมาประยุกต์ใช้ได้จริงซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1.1 ปัญหาที่เกิดจากผู้สอน

1.1.1 ผู้สอนไม่เข้าใจหลักการที่แท้จริงจากทฤษฎี

ผู้สอนไม่เข้าใจหลักการที่แท้จริงจากทฤษฎี ทำให้นำไปใช้มีการคลาดเคลื่อน เช่น มีการเน้นจุดสำคัญที่คลาดเคลื่อนไปจากจุดหมายของทฤษฎี

ตัวอย่างเช่น

ทฤษฎีการพัฒนาสมรรถภาพในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (Developing Competence with Written Mathematical Symbols) มี 5 ขั้นตอน คือ

- 1)ขั้นเชื่อมโยงสัญลักษณ์กับสิ่งอ้างอิง
- 2)ขั้นพัฒนากระบวนการดำเนินการของสัญลักษณ์
- 3)ขั้นแสดงรายละเอียดและขยายความเกี่ยวกับกระบวนการของสัญลักษณ์
- 4)ขั้นการฝึกใช้กระบวนการเกี่ยวกับสัญลักษณ์อยู่เป็นประจำ
- 5)ขั้นสร้างระบบสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม

พบว่า ในการสอนจริง ผู้สอนบางคนเน้นเรื่องสัญลักษณ์และกฎทางคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการก่อนเวลาที่เหมาะสม โดยที่ยังไม่ได้สอนให้นักเรียนเชื่อมโยงกับสิ่งอ้างอิง และพัฒนากระบวนการดำเนินการของสัญลักษณ์ กล่าวคือ ข้ามขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 แต่ไปเน้นตั้งแต่ขั้นที่ 3 คือ ขั้นแสดงรายละเอียดและขยายความเกี่ยวกับกระบวนการของสัญลักษณ์

ตัวอย่างการสอน เช่น การสอนบวกลบจำนวน ผู้สอนบางคนไม่มีการเชื่อมโยงการใช้จำนวนเป็นสัญลักษณ์แทนสิ่งอ้างอิงที่ผู้เรียนเห็นได้ในชีวิตประจำวัน แต่ไปสอนให้ผู้เรียนเห็นถึงกระบวนการบวกลบจำนวนเลย

แนวทางการแก้ไข

ผู้สอนต้องศึกษาทฤษฎีให้ถ่องแท้ก่อนนำทฤษฎีไปใช้จริงโดยศึกษาทั้งตัวทฤษฎีและการนำไปใช้ เช่น ศึกษาจากงานวิจัย

1.1.2 ผู้สอนไม่ยืดหยุ่นหรือไม่สามารถประยุกต์ใช้ทฤษฎีให้เหมาะสมกับสภาพการเรียนการสอน

ตัวอย่างเช่น ผู้สอนใช้ทฤษฎีเกี่ยวกับมโนทัศน์ในการศึกษาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นทฤษฎีที่เน้นความสำคัญของมโนทัศน์ต่อผู้เรียนการที่จะเข้าใจมโนทัศน์ได้นั้น ผู้เรียนต้องสามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นตัวแทนของสิ่งต่างๆได้ ซึ่งเครื่องคำนวณเชิงกราฟ เป็นเครื่องมือที่มีความสามารถสูงในการแสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้หลายอย่าง เช่น การสร้างตาราง การติดตามเส้นกราฟ การขยายจุดตามความต้องการ ผู้เรียนจะสามารถจัดการกับข้อมูลต่างๆได้ในวิธีที่หลากหลาย ผู้เรียนจะสามารถแก้ปัญหาที่ยากและซับซ้อนได้ นอกจากนี้ ยังมีงานวิจัยพบว่า เครื่องคำนวณเชิงกราฟมีประโยชน์มากในการสอนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในฐานะการแสดงความเป็นตัวแทนความเข้าใจของนักเรียน เนื้อหาที่พบบ่อย ได้แก่ ฟังก์ชัน ซึ่งในต่างประเทศมีการสนับสนุนและมีการจัดให้ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประจำตัว แต่สำหรับในประเทศไทยไม่สามารถจัดหาเครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นรายบุคคลได้ หรือในบางสถานศึกษาไม่สนับสนุนให้ผู้เรียนใช้เครื่องคำนวณในการเรียนการสอน เพราะเกรงว่าจะเกิดปัญหาผู้เรียนขาดทักษะในการคิดคำนวณ

แนวทางการแก้ไข

ผู้สอนต้องมีการประยุกต์การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะกับบริบทของตนเอง เช่น จัดให้มีการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นกลุ่ม และอาจมีการให้สลับกันยืมกลับบ้าน

การใช้เครื่องคำนวณควรเลือกโอกาสที่ใช้ให้เหมาะสม คือ ให้ผู้เรียนเข้าใจเรื่องนั้นๆก่อน เช่น การหารากที่สอง ผู้สอนควรสอนให้ผู้เรียนเข้าใจมโนทัศน์ของรากที่สองและสามารถหารากที่สองได้ เป็นอย่างดีแล้วจึงอนุญาตให้ผู้เรียนใช้เครื่องคำนวณในการหารากที่สองแทนการคำนวณโดยใช้มือ

1.1.3 ผู้สอนไม่ได้บูรณาการการสอนคณิตศาสตร์เข้ากับสาระการเรียนรู้อื่นๆ

เนื่องจากหลักสูตรการศึกษาของประเทศไทย เป็นหลักสูตรที่แบ่งเนื้อหาวิชาออกเป็น 8 สาระการเรียนรู้ที่ชัดเจน และส่วนใหญ่ผู้สอนแต่ละรายวิชาเป็นคนละคนกัน แต่การใช้ทฤษฎีทางการศึกษาบางทฤษฎีจะมีประสิทธิภาพสูงกว่าหากนำมาใช้ร่วมกันในการเรียนการสอนหลายๆสาระ เช่น ทฤษฎีทฤษฎีปัญญานั้นมีแนวคิดว่ามนุษย์มีศักยภาพ มีความสามารถที่หลากหลาย และสามารถพัฒนาได้ โดยแบ่งความสามารถทางปัญญาของมนุษย์เป็น 8 ด้าน ได้แก่

- 1).ด้านภาษา
- 2).ด้านตรรกะและคณิตศาสตร์
- 3).ด้านมิติสัมพันธ์
- 4).ด้านร่างกายและการเคลื่อนไหว
- 5).ด้านดนตรี
- 6).ด้านความเข้าใจระหว่างบุคคล
- 7).ด้านความเข้าใจตนเอง
- 8).ด้านธรรมชาติ

ซึ่งทฤษฎีนี้เชื่อว่า ปัญญาในแต่ละด้านสามารถทำงานร่วมกันได้ ซึ่งจะใกล้เคียงกับบริบทของชีวิตจริง ดังนั้น การนำทฤษฎีนี้มาใช้โดยบูรณาการกับสาระการเรียนรู้ต่างๆอมให้ประสิทธิภาพในด้านเชื่อมโยงกับชีวิตจริงสูงกว่าการใช้กับการจัดการเรียนการสอนในสาระการเรียนรู้เดียว

แนวทางการแก้ไข

ผู้สอนในแต่ละรายวิชาควรมีการปรึกษาและร่วมมือกันเพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีการบูรณาการสาระต่างๆตามความเหมาะสมของเนื้อหา โอกาส และเวลาเรียน

1.1.4 ผู้สอนส่วนใหญ่ในประเทศไทย เน้นการสอนเพื่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนเป็นหลัก

กล่าวคือ การจัดการเรียนการสอนเน้นให้นักเรียนเรียนเพื่อสอบผ่าน มีคะแนนสอบที่ดี มีเกรดสูง หรือ teaching to the test ทำให้ผู้สอนการนำทฤษฎีทางการศึกษาต่างๆมาใช้น้อยครั้ง เน้นการบรรยายเนื้อหาและการให้ตัวอย่างข้อสอบเป็นหลัก พบว่าบ่อยครั้งที่ผู้เรียนมีแนวคิดในการเรียนว่า เรียนเพื่อสอบ สอบแล้วลืม ซึ่งนับเป็นความล้มเหลวของการเรียนการสอน

แนวทางการแก้ไข

ปรับทัศนคติของผู้สอนให้เน้นการสอนเพื่อให้ ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างมีความหมาย (Meaningful learning) และชี้ให้เห็นประโยชน์ของการนำทฤษฎีทางการศึกษาไปใช้อย่างสม่ำเสมอ

1.1.5 ภาระงานของผู้สอนทำให้ไม่สามารถจัดกิจกรรมตามแนวทฤษฎีต่างๆได้

เนื่องจากผู้สอนมีภาระงานหลายด้าน ทั้งด้านการสอนที่มีจำนวนคาบการสอนที่มาก ทั้งภาระงานอื่นที่เกี่ยวข้องกับงานสถานศึกษา เช่น กิจกรรม 5ส. กิจกรรมห้องสมุด งานพัสดุ งานธุรการ งานอนามัยโรงเรียน และงานส่งเสริมกิจกรรมประชาธิปไตย ดังนั้น การที่จะนำเอาทฤษฎีทางการศึกษาคณิตศาสตร์ต่างๆมาใช้ อาจจะไม่สามารถทำได้หรือทำได้ไม่ดีเท่าที่ควร เพราะบางทฤษฎีต้องมีการจัดกิจกรรมต่างๆที่ต้องใช้เวลาในการวางแผนค่อนข้างมาก เช่น ทฤษฎีการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติงานเป็นกลุ่มย่อยโดยมีสมาชิกในกลุ่มมีความสามารถที่แตกต่างกัน เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคน และสนับสนุนให้ช่วยเหลือกันทำงานจนบรรลุเป้าหมายที่วางไว้

แนวทางการแก้ไข

สถานศึกษาควรลดภาระงานที่นอกเหนือจากการสอนของผู้สอนลง โดยอาจพิจารณาการจ้างเจ้าหน้าที่มาทำงานด้านอื่นๆเหล่านั้นแทนครู ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของงบประมาณและดุลยพินิจของผู้บริหารสถานศึกษา

ผู้สอนควรมีการร่วมมือกัน โดยบูรณาการเนื้อหาวิชาต่างๆให้มารวมอยู่ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เดียวกัน ซึ่งจะช่วยประหยัดเวลา และค่าใช้จ่ายต่างๆได้ส่วนหนึ่ง

1.2 ปัญหาที่เกิดจากผู้เรียน

1.2.1 บางทฤษฎีมีลักษณะเฉพาะที่เหมาะสมกับผู้เรียนเพียงบางกลุ่ม

ตัวอย่างเช่น ทฤษฎีการถ่ายโยงโดยการเปรียบเทียบ เหมาะสมกับผู้เรียนที่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ จึงไม่สามารถใช้กับผู้เรียนทุกวัยได้ หรือแม้ในวัยที่สามารถพัฒนาความคิดระดับนี้ได้ ก็อาจใช้ไม่ได้กับผู้เรียนทุกคน เช่นเดียวกับ ทฤษฎีเกี่ยวกับมโนทัศน์ในการศึกษาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะสร้างยากกว่าวิชาที่รูปธรรม เพราะคณิตศาสตร์มีลักษณะที่ประกอบด้วยสถานการณ์ที่หลากหลาย มีกฎ สัญลักษณ์ และขั้นตอนการทำงานที่ซับซ้อน ทำให้การพัฒนา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทำได้กับผู้เรียนที่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์

เช่นเดียวกับทฤษฎี APOS ที่เน้นการจัดระดับความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 3 ระดับ คือ ระดับการจัดกระทำ ระดับกระบวนการและระดับวัตถุ โดยการจะพัฒนาความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปถึงระดับวัตถุได้นั้น ต้องอาศัยทักษะการคิดในการเชื่อมโยงความรู้และการวิเคราะห์ หากผู้เรียนไม่มีทักษะการคิดวิเคราะห์ ผู้สอนก็ไม่สามารถจัดการเรียนรู้ตามแนวทางทฤษฎีนี้ได้

แนวทางการแก้ไข

ผู้สอนประยุกต์และเลือกใช้ทฤษฎีให้เหมาะกับกลุ่มผู้เรียน ซึ่งบางทฤษฎีเหมาะสำหรับผู้เรียนห้องเก่งและอาจไม่เหมาะสมกับผู้เรียนห้องกลางและอ่อน หรือโรงเรียนขยายโอกาส ซึ่งมีระดับความสามารถที่หลากหลาย โดยส่วนใหญ่เป็นผู้เรียนระดับอ่อน และขาดการสนับสนุนจากทางครอบครัว

1.2.2 ผู้เรียนไม่ให้ความสนใจในการเรียนและไม่ให้ความร่วมมือแก่ผู้สอนในชั้นเรียน

ผู้เรียนบางคนอาจไม่ให้ความสนใจในการเรียน เช่น ไม่เข้าเรียนในชั้นเรียน เนื่องจากไม่ชอบเนื้อหาวิชา ไม่ชอบครูผู้สอน หรืออาจเกิดจากการที่ได้เรียนรู้เนื้อหาดังกล่าวจากสถาบันกวดวิชาแล้ว จึงมีความรู้สึกว่ามีไม่มีความจำเป็นที่จะต้องเข้าชั้นเรียน

นอกจากนี้ ผู้เรียนบางคนอาจไม่ให้ความร่วมมือแก่ผู้สอนในชั้นเรียน เช่น ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางทฤษฎีการเรียนรู้แบบร่วมมือ ผู้สอนจะแบ่งกลุ่มผู้เรียนคละความสามารถ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการช่วยเหลือสนับสนุนกัน สามารถเสริมสร้างสมรรถภาพการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคนได้เต็มที่ ซึ่งถ้าหากว่าผู้เรียนไม่ให้ความสนใจและไม่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม ก็จะไม่เกิดการเรียนรู้ตามแนวทางดังกล่าว โดยสาเหตุที่ผู้เรียนไม่ให้ความร่วมมือนั้น อาจเกิดจากความไม่สนใจในกิจกรรมที่ผู้สอนจัดขึ้น หรือเกิดจากการไม่ยอมรับสมาชิกภายในกลุ่ม

แนวทางการแก้ไข

ผู้สอนต้องสร้างแรงจูงใจหรือเสริมแรงต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกอยากเข้าห้องเรียนและอยากเรียนรู้ เช่น มีคำชมเชยหรือรางวัลในการทำกิจกรรมกลุ่มต่างๆหรือจัดบริบทในการเรียนให้เหมาะสมกับความความสามารถและความสนใจของผู้เรียน ผู้สอนควรอธิบายและชี้ให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญและประโยชน์ที่จะได้รับจากกิจกรรมนั้นๆ รวมถึงควรมีการร่วมมือกับฝ่ายปกครองในการกวดขันการเข้าชั้นเรียนของผู้เรียน

1.2.3 ผู้เรียนไม่ได้รับการฝึกฝนอย่างต่อเนื่อง

ในบางทฤษฎีมีกิจกรรมเน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนปฏิบัติอย่างสม่ำเสมอ เช่น ทฤษฎีการพัฒนาสมรรถภาพในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอน 5 ขั้นตอน คือ

- 1)ขั้นเชื่อมโยงสัญลักษณ์กับสิ่งอ้างอิง
- 2)ขั้นพัฒนากระบวนการดำเนินการของสัญลักษณ์
- 3)ขั้นแสดงรายละเอียด และขยายความเกี่ยวกับกระบวนการของสัญลักษณ์
- 4)ขั้นการฝึกใช้กระบวนการเกี่ยวกับสัญลักษณ์อยู่เป็นประจำ
- 5)ขั้นสร้างระบบสัญลักษณ์เป็นนามธรรม

พบว่าในขั้นที่ 4 นักเรียนต้องใช้การฝึกฝนอยู่เป็นประจำ จึงจะทำให้ระบบการใช้สัญลักษณ์มีประสิทธิภาพ เนื่องจากในที่สุด ขั้นตอนต่างๆ ทั้ง 5 ขั้นตอน จะถูกใช้โดยอัตโนมัติ แต่ถ้านักเรียนไม่ได้รับการฝึกฝนอย่างต่อเนื่องและเพียงพอ ย่อมทำให้ผลที่ได้รับไม่เป็นไปตามความคาดหมาย

แนวทางแก้ไข

1) ผู้สอนต้องสร้างแรงจูงใจในการฝึกฝน อาจมีการเสริมแรงโดยให้คะแนน กล่าวคำชมเชย เป็นต้น

2) ผู้สอนอธิบายถึงความสำคัญของการฝึกฝนให้ผู้เรียนเข้าใจ และตระหนักถึงความสำคัญ

3) ผู้สอนร่วมมือกับผู้ปกครองในการกวดขันนักเรียนให้ฝึกฝนการปฏิบัติอย่างต่อเนื่อง

1.2.4 ผู้เรียนบางคนมีคุณลักษณะบางประการไม่เหมาะสม

ผู้เรียนบางคนอาจมีลักษณะนิสัยที่ไม่ดี เช่น เห็นแก่ตัว ไม่มีความเอื้อเฟื้อเผื่อแผ่ ซึ่งจะทำให้ผู้สอนไม่สามารถจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีบางทฤษฎีได้ เช่น ทฤษฎีการเรียนรู้แบบร่วมมือ เพราะผู้เรียนเหล่านั้นจะไม่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่มต่างๆ ทำให้การเรียนการสอนไม่เป็นไปตามจุดมุ่งหมาย

แนวทางการแก้ไข

ผู้สอนควรมีการปลูกฝังคุณธรรมควบคู่ไปกับการสอนด้านเนื้อหาและกระบวนการสถานศึกษาควรมีการจัดค่ายปลูกฝังคุณธรรมจริยธรรมให้กับผู้เรียนตามความเหมาะสม เช่น ค่ายธรรมะ

1.3 ปัญหาที่เกิดจากผู้บริหาร

1.3.1 ผู้บริหารไม่ให้ความสำคัญ ส่งเสริมหรือสนับสนุนการนำทฤษฎีทางการศึกษาคณิตศาสตร์มาใช้

ผู้บริหารบางคนเห็นว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นควรใช้เพียงแค่การสอนแบบบรรยาย เนื่องจากมีโครงสร้างเนื้อหาที่เป็นนามธรรมและใช้สัญลักษณ์เป็นหลัก การจัดกิจกรรมอื่นๆ เช่น การจัดกิจกรรมกลุ่ม การให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง อาจสิ้นเปลืองงบประมาณในการสร้างสื่อการเรียนรู้หรือห้องเรียนคณิตศาสตร์และไม่ได้ผลที่คุ้มค่า อีกทั้งผู้บริหารอาจเห็นว่า งานด้านอื่นๆ ของสถานศึกษา เช่น งานโครงการอาหารกลางวัน งานประเพณีท้องถิ่นต่างๆ ก็สำคัญไม่น้อยกว่าการเรียนการสอนเช่นกัน จึงให้ความสำคัญกับงานเหล่านั้นมากกว่าการจัดกิจกรรมตามแนวคิดทฤษฎีต่างๆ

แนวทางการแก้ไข

ผู้สอนต้องอธิบายรายละเอียดเกี่ยวกับการนำทฤษฎีมาใช้ และประโยชน์ที่ผู้เรียนและโรงเรียนจะได้รับจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางทฤษฎีนั้นๆ

1.4 ปัญหาที่เกิดจากผู้ปกครอง

1.4.1 ปัญหาผู้ปกครองไม่ให้ความร่วมมือกับโรงเรียนและผู้สอนในการทำกิจกรรม

เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับทฤษฎีการสอนทางคณิตศาสตร์นั้น บางครั้งต้องมีการจัดกิจกรรมนอกห้องเรียนประกอบเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียน เช่น การใช้ทฤษฎีการถ่ายโยงโดยใช้การเปรียบเทียบ ซึ่งเน้นให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์เชิงเปรียบเทียบ และส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยความหมาย ทั้งนี้อาจมีการจัดค่ายคณิตศาสตร์ซึ่งมีการพักค้างแรมหรืออาจมีการจัดกิจกรรมเสริมอื่นที่มีค่าใช้จ่ายเพิ่มเติมที่ผู้เรียนต้องจ่ายบ้าง หากผู้ปกครองไม่เข้าใจและไม่เห็นความสำคัญ อาจไม่สนับสนุนให้ผู้เรียนเข้าร่วมกิจกรรมที่ผู้สอนจัดขึ้น

แนวทางแก้ไข

ผู้สอนและผู้บริหารควรร่วมมือกันอธิบายและชี้แจงประโยชน์ที่ผู้เรียนจะได้รับผ่านการเข้าร่วมกิจกรรมต่างๆ ซึ่งส่วนมากจะเป็นประโยชน์ในระยะยาว โดยอาจมีการชี้แจงในการประชุมผู้ปกครอง งานปฐมนิเทศผู้เรียนหรือโอกาสอื่นๆตามความเหมาะสม

1.4 ปัญหาที่เกิดจากค่าใช้จ่าย/งบประมาณ/เวลาเรียน

1.5.1 เวลาในการสอนมีไม่เพียงพอสำหรับทฤษฎีที่มีขั้นตอนหรือรายละเอียดมากๆ

กล่าวคือ ในบางทฤษฎีมีขั้นตอนที่ยุ้งยากและซับซ้อนในการนำไปปฏิบัติจึงไม่เหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้ตามหลักสูตร

ตัวอย่างเช่น การใช้ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ซึ่งเน้นว่า ความรู้เป็นสิ่งที่ถูกสร้างโดยผู้เรียน กล่าวคือ ผู้สอนจะให้ความรู้กับผู้เรียนแล้วให้ผู้เรียนผสมผสานกับประสบการณ์เดิม ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สื่อสารและปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนและสิ่งแวดล้อม และไตร่ตรองจนได้เป็นความรู้ใหม่ เมื่อนำทฤษฎีนี้มาใช้จะประกอบด้วย ขั้นตอนการสร้างความขัดแย้งทางปัญญา ขั้นตอนการไตร่ตรอง ขั้นตอนการสร้างโครงสร้างทางปัญญา เมื่อนำมาสอนในชั้นเรียนพบว่าจะใช้เวลามากกว่าการสอนปกติ ทำให้ผู้สอนสอนไม่ครบเนื้อหาตามหลักสูตร

ทฤษฎีการพัฒนาของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยกระบวนการ 8 ระดับ คือ ระดับที่ 1 การรู้สิ่งเดิม (Primitive Knowing) ระดับที่ 2 การสร้างภาพ (Image Making) ระดับที่ 3 การเกิดภาพในใจ (Image Having) ระดับที่ 4 การสังเกตสมบัติ (Property Noticing) ระดับที่ 5 การจัดระเบียบ (Formalizing) ระดับที่ 6 การสังเกต ระดับที่ 7 การสร้างโครงสร้าง (Structuring) ระดับที่ 8 การสร้าง (Inventising) ซึ่งระดับความเข้าใจใดๆจะฝังตัวอยู่กับระดับความเข้าใจอื่นทั้งก่อนและหลัง ทำให้ในการพัฒนาความเข้าใจจนถึงระดับที่ 8 ต้องใช้เวลามาก หากใช้ทฤษฎีนี้ในการสอนทุกเนื้อหา ใน 1 ภาคเรียน ทำให้อาจจะสอนเนื้อหาไม่ครบตามหลักสูตรเช่นกัน

ในทำนองเดียวกัน ทฤษฎีการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งเป็นทฤษฎีที่เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติงานเป็นกลุ่มย่อยโดยมีสมาชิกในกลุ่มที่มีความสามารถแตกต่างกัน เพื่อเสริมสมรรถภาพการเรียนรู้ในแต่ละคน สนับสนุนให้มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกันจนบรรลุตามเป้าหมายที่วางไว้ก็จะทำให้ผู้สอนไม่ครบเนื้อหาตามหลักสูตร

แนวทางการแก้ไข

ผู้สอนควรใช้ทฤษฎีที่เหมาะสมกับเนื้อหา ในแต่ละเรื่องโดยไม่จำเป็นว่า ในการสอนทุกเรื่องตามหลักสูตร ต้องใช้เพียงทฤษฎีใดทฤษฎีหนึ่งเท่านั้น เช่น ในภาคเรียนที่ 1 สอนบทที่ 1 ด้วยทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ซึ่งใช้เวลาค่อนข้างมากแล้ว ในบทอื่นๆควรใช้ทฤษฎีบทที่ไม่ซับซ้อนและไม่ใช้เวลามากนัก เพื่อสามารถสอนทุกเรื่องได้ครบตามหลักสูตร โดยแนวทางปฏิบัติที่ดีคือ ผู้สอนควรศึกษาว่า ภาคเรียนนั้นมีเนื้อหาใดบ้าง และมีทฤษฎีใดบ้างที่เหมาะสมกับเนื้อหา และวางแผนทฤษฎีให้เหมาะสมกับเวลา เนื้อหาตามหลักสูตร ซึ่งจะช่วยในการแก้ปัญหาเวลาไม่เพียงพอในการสอนได้

นอกจากนี้ ในบางทฤษฎีเหมาะสมในการใช้เวลาในห้องเรียน ในการนำมาพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เช่น ทฤษฎีช่อมแซม ซึ่งเป็นทฤษฎีที่พยายามแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้เป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ผู้เรียนแต่ละคน อาจมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแตกต่างกัน ดังนั้นจึงไม่เหมาะสมที่จะใช้ทฤษฎีในการจัดการเรียนการสอนในห้องเรียน แต่ควรใช้ทฤษฎีนี้กับผู้เรียนเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มย่อยในการสอนช่อมเสริม

1.5.2 การจัดกิจกรรมที่สอดคล้องกับทฤษฎีทางการศึกษาคณิตศาสตร์บางครั้งต้องใช้งบประมาณสูงแต่สถานศึกษามีงบประมาณที่จำกัด

ในบางครั้งงบประมาณที่ได้มาจากจากชุมชน เช่น องค์การบริหารส่วนตำบล คณะกรรมการสถานศึกษาซึ่งคัดเลือกจากคนในชุมชน ดังนั้นเมื่อจะจัดกิจกรรมใดๆขึ้นมาจึงต้องมีการจัดสรรงบประมาณให้ตีทั้งเพื่อจัดกิจกรรมส่งเสริมการเรียนการสอน และจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างชุมชน เมื่อเป็นเช่นนี้งบประมาณที่จะใช้ได้จริงสำหรับจัดกิจกรรมให้สอดคล้องกับทฤษฎีการศึกษาต่างๆจึงมีไม่มากหรือมีไม่เพียงพอที่จะทำได้ เช่น การใช้ทฤษฎีคอนสตรัคชันนิซึม ซึ่งเน้นว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นอย่างมีประสิทธิภาพหากผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสร้างผลิตภัณฑ์ที่มีความหมาย เช่น โครงการคณิตศาสตร์ สิ่งประดิษฐ์ที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจต้องใช้งบประมาณสนับสนุนในการจัดกิจกรรม

แนวทางการแก้ไข

ผู้สอนต้องรู้จักวางแผนและประยุกต์นำสิ่งที่มีในท้องถิ่น รวมถึงสิ่งที่มีราคาไม่แพงมากมาใช้ในการจัดกิจกรรมต่างๆ โดยให้ผลต่อการเรียนไม่ต่างจากการใช้ของที่มีราคาแพง หรืออาจทำการประดิษฐ์สิ่งต่างๆแทนการซื้อหาของสำเร็จรูปมาใช้

1.5 ปัญหาที่เกิดจากสิ่งแวดล้อม

1.6.1 ปัญหาข้อจำกัดด้านสถานที่

สถานศึกษาบางแห่งมีข้อจำกัดด้านสถานที่ เช่น โรงเรียนในเมืองมักมีพื้นที่แคบ ทำให้ไม่สามารถขยายสถานที่เพิ่มเติม เพื่อทำห้องสมุดที่มีขนาดใหญ่หรือทำห้องคณิตศาสตร์ หรือห้องเรียนมีสภาพเล็กเกินไปไม่เอื้อต่อการจัดกิจกรรมต่างๆ เช่น ในสถานศึกษาบางแห่งมีผู้เรียนถึง 50 คนต่อ 1 ห้องเรียน แต่ห้องเรียนมีขนาดเพียง 6x5 ตารางเมตร การจัดโต๊ะเรียนเป็นกลุ่มเพื่อทำกิจกรรมกลุ่มตามแนวทางทฤษฎีการเรียนรู้แบบร่วมมือก็ไม่สามารถทำได้

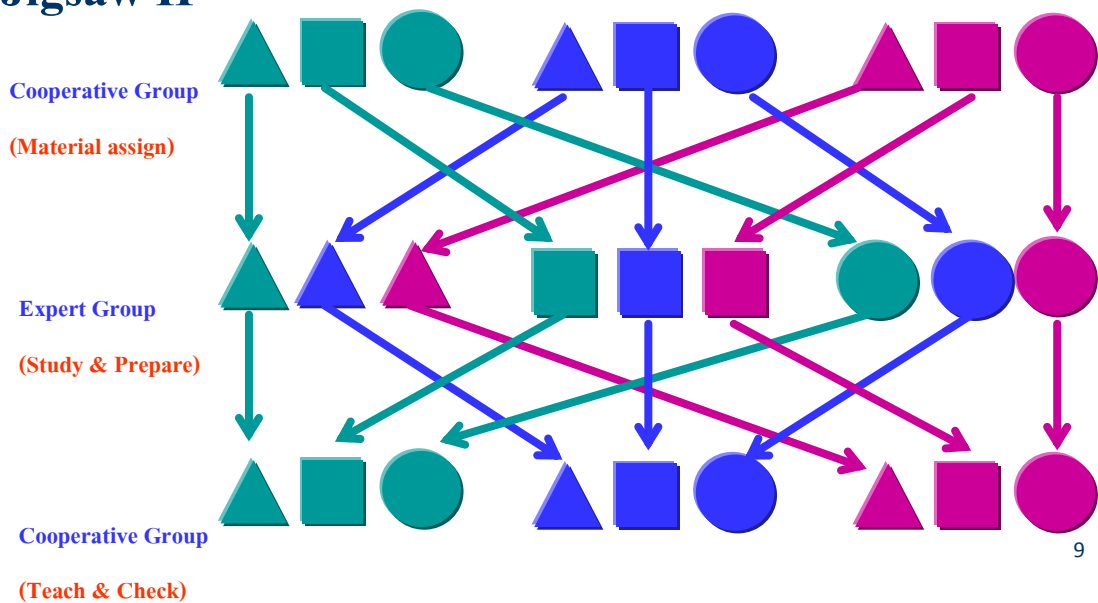
แนวทางการแก้ไข

ผู้สอนต้องรู้จักประยุกต์และดัดแปลงทรัพยากรที่มีอยู่ในโรงเรียนมาใช้ เช่น อาจขอใช้ห้องอื่นๆที่มีขนาดใหญ่กว่าเมื่อต้องการทำกิจกรรมกลุ่ม หรืออาจประยุกต์นำทฤษฎีอื่นๆที่ให้ผลใกล้เคียงกันและมีความเหมาะสมมากกว่ามาใช้แทน

1.6.2 จำนวนนักเรียนไม่เหมาะสมกับกิจกรรมที่สอดคล้องกับทฤษฎี

ตัวอย่างเช่น ทฤษฎีการเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยกิจกรรม JIGSAW II (ร่วมมือแบบต่อบทเรียน) หากมีจำนวนใน expert group มีมากเกินไป อาจทำให้สมาชิกบางคนใน expert group เข้าใจเนื้อหาที่รับมอบหมายไม่ถ่องแท้ เมื่อกลับไปยัง cooperative group ทำให้อธิบายเพื่อนในกลุ่มไม่ชัดเจน ทำให้เพื่อนไม่เข้าใจในเนื้อหานั้น

Jigsaw II



รูปภาพแสดงรูปแบบการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือกัน JIGSAW II

แนวทางการแก้ไข

- 1) เลือกทฤษฎีให้เหมาะกับขนาดของผู้เรียน
- 2) ในการจัดกิจกรรมอาจจะต้องมีครูผู้ช่วย หรืออาจจะต้องมีสื่อการเรียนการสอนเพิ่มเติม เช่น

เอกสารแนะแนวทาง

บรรณานุกรม

ทิตินา แชนมณี. ศาสตร์การสอน. พิมพ์ครั้งที่ 7. บริษัทด้านสุทธาการพิมพ์ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2551.

อัมพร ม้าคนอง. คณิตศาสตร์ : การสอนและการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 1. โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย : ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2546.

อัมพร ม้าคนอง. เอกสารคำสอน รายวิชา 2720686 ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การนำไปใช้ประโยชน์

เป็นแนวทางในการประยุกต์ใช้ทฤษฎีทางการศึกษาคณิตศาสตร์และแนวทางการแก้ไขปัญหาต่างๆ จากการใช้ทฤษฎีนั้นๆ เพื่อให้สามารถนำทฤษฎีทางการศึกษาไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้จริง

ผลที่เกิดกับผู้เรียน

เมื่อนำความรู้ที่ได้มาประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้กับนักเรียน พบว่าสามารถเลือกทฤษฎีได้เหมาะกับเนื้อหาต่างๆทางคณิตศาสตร์ และสภาพผู้เรียน ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นมีสมรรถนะด้านความสามารถในการแก้ปัญหา และด้านความสามารถในการใช้ทักษะชีวิตสูงขึ้น

2. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning)

ข้าพเจ้าศึกษาเอกสาร ตำราต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) จากแหล่งเรียนรู้ คือ ห้องสมุดโรงเรียนระยองวิทยาคมปากน้ำ และสืบค้นจากเว็บไซต์ต่างๆ ในวันที่ 22 -25 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2556 รวมระยะเวลา 4 วัน โดยมุ่งเน้นเรื่องการนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียน เรื่องความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สามารถสรุปได้ดังนี้

การเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นการจัดสถานการณ์และบรรยากาศให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ แต่ละกลุ่มมีสมาชิกที่มีลักษณะแตกต่างกันในด้านสติปัญญาหรือความถนัด สมาชิกแต่ละคนจะต้องมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ของตนเองและของสมาชิกในกลุ่ม รับผิดชอบในความสำเร็จของกลุ่มร่วมกัน ความสำเร็จของกลุ่มพิจารณาจากความสำเร็จในการเรียนรู้ของสมาชิกแต่ละคน การเรียนรู้แบบร่วมมือจะพัฒนาผู้เรียนทั้งด้านสติปัญญา อารมณ์และสังคม

ลักษณะสำคัญของการเรียนแบบร่วมมือ คือผู้เรียนที่เรียนดีจะได้รับการปลูกฝังให้มีความเสียสละในการดูแลรับผิดชอบของสมาชิกในกลุ่ม ไม่เห็นแก่ตนเอง ส่วนผู้เรียนที่เรียนอ่อนจะได้รับการดูแลจากสมาชิกในกลุ่มจนเกิดความเชื่อมั่นในตนเองมากขึ้น ไม่รู้สึกโดดเดี่ยว ถูกทอดทิ้ง ซึ่งเป็นลักษณะที่สอดคล้องกับสภาพที่เหมาะสมในการอยู่ร่วมกันในสังคม

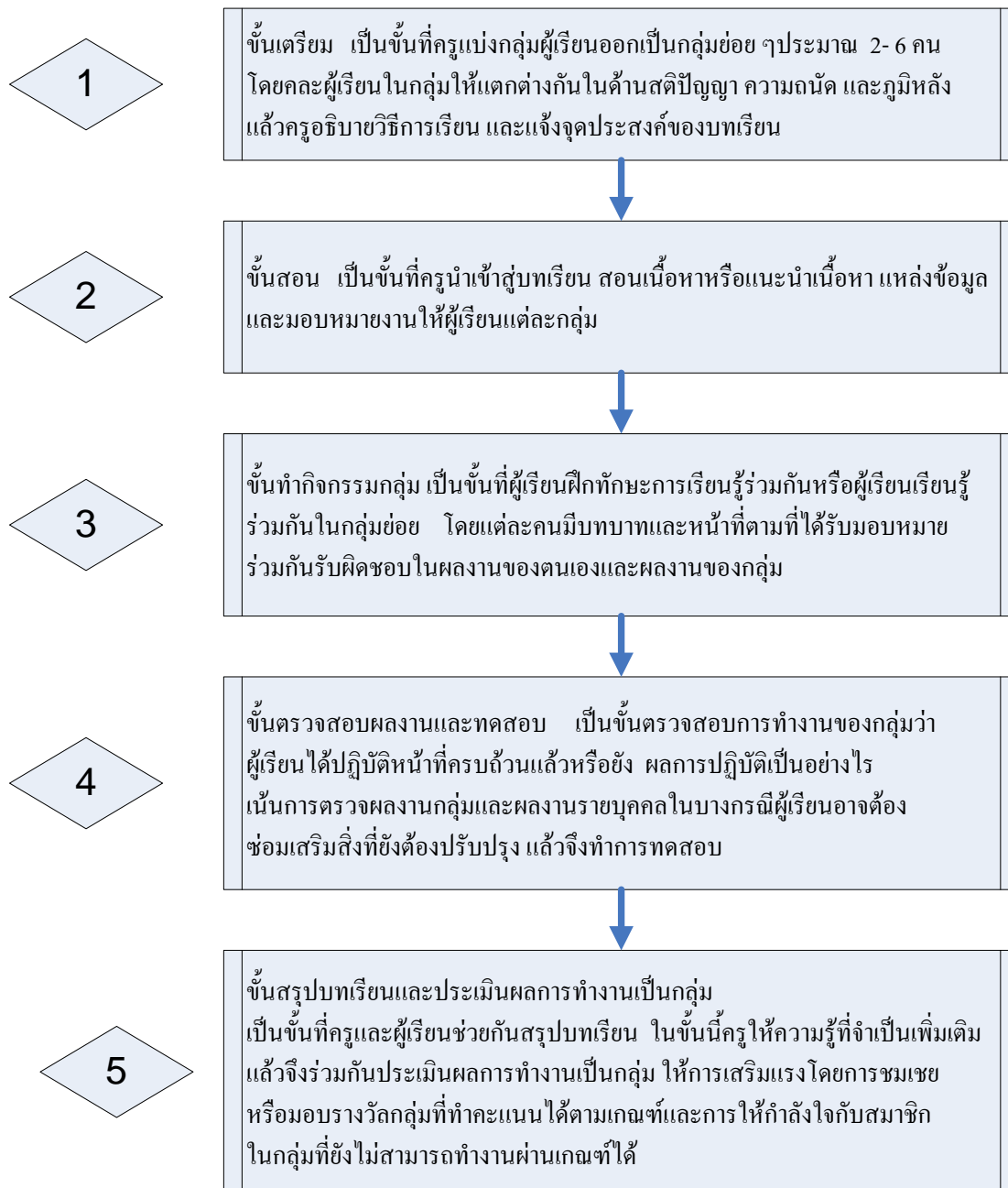
การเรียนรู้แบบร่วมมือมีหลายรูปแบบ รูปแบบที่นิยมใช้กันมาก มี 3 รูปแบบ คือ

1) STAD (Student team - achievement divisions) เป็นการสอนที่เริ่มต้นโดยการที่ครูให้ความรู้ ต่อจากนั้นแบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ทำงานที่ได้รับมอบหมายร่วมกัน เปรียบเทียบคำตอบ อธิบายวิธีการเรียน ฝึกหัดซึ่งกันและกัน แต่ในช่วงการทดสอบนั้น จะให้ทำเป็นรายบุคคลในตอนท้าย จึงมีการคำนวณคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม

2) Jigsawเป็นการจัดให้ผู้เรียนที่มีความแตกต่างกัน กลุ่มละ 5 - 6 คน เรียนรู้ร่วมกัน โดยผู้สอนแบ่งบทเรียนเป็นเรื่องย่อย ๆ เมื่อได้รับมอบหมายผู้เรียนในกลุ่มจะแบ่งภารกิจไปศึกษาเรื่องย่อยและนำผลการศึกษามารายงานต่อกลุ่ม

3)Co - op co - opเป็นการสอนที่จัดให้ผู้เรียนได้ร่วมมือกันในกลุ่ม และได้ร่วมมือระหว่างกลุ่ม เพื่อให้บรรลุเป้าหมายการเรียนรู้ของห้องเรียนร่วมกัน ดังนั้นจึงต้องจัดให้มีการแบ่งบทเรียนเป็นหัวเรื่องหลัก มอบให้แต่ละกลุ่มรับผิดชอบในการศึกษา ต่อจากนั้นในแต่ละกลุ่มจะมีการมอบหมายภารกิจให้ศึกษาหัวเรื่องย่อย ๆ เพื่อนำมาสรุปร่วมกันแบบ Jigsaw

การเรียนรู้แบบร่วมมือ มีขั้นตอนและองค์ประกอบ ดังนี้



บรรณานุกรม

นิตยา โสรีกุล. 2547. ผลของการใช้การสอนแนะในการเรียนรู้ด้วยกรณีศึกษาบนเว็บที่มีต่อการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีรูปแบบการคิดต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2538. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2544. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุชฎบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุพัตรา ผาติวิสันต์. 2534. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีแบบการเรียนแตกต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุภาวดี ตั้งบุพผา. 2533. การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตกรุงเทพฯ. วิทยานิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

การนำไปใช้ประโยชน์

ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนอย่างหลากหลาย และส่งเสริมการช่วยเหลือกันในเด็กกลุ่มเก่ง-กลาง-อ่อน

ผลที่เกิดกับผู้เรียน

นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือประยุกต์ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนมากขึ้น มีสมรรถนะด้านความสามารถในการสื่อสารสูงขึ้นมีการช่วยเหลือซึ่งกันและกันมากขึ้น มีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ข้อที่ 6 มุ่งมั่นในการทำงาน และข้อที่ 8 มีจิตสาธารณะสูงขึ้นอย่างเห็นได้ชัด

3. การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ข้าพเจ้าศึกษาเอกสาร ตำราต่างๆที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์จากแหล่งเรียนรู้ คือ ห้องสมุดเฉลิมพระเกียรติ สวนศรีเมือง และการสืบค้นทางอินเทอร์เน็ต ทั้งข้อมูลในประเทศและต่างประเทศในวันที่ 10–15 ธันวาคม พ.ศ. 2555 รวมระยะเวลา 6 วัน โดยมุ่งเน้นเรื่องการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนทุกระดับความสามารถควบคู่กับการเรียนเนื้อหาหลักตามที่หลักสูตรแกนกลางและหลักสูตรสถานศึกษากำหนด สามารถสรุปได้ดังนี้

สาระการเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 นั้น ประกอบด้วย 6 สาระ ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิตพีชคณิตการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วย การแก้ปัญหา (Problem Solving) การให้เหตุผล (Reasoning) การสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ (Communication and Representation) การเชื่อมโยง (Connections) และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity)

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ ผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านเนื้อหาใน 5 สาระแรก เพื่อให้ผู้เรียนเห็นถึงประโยชน์ของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยเลือกกิจกรรมที่เหมาะสมกับความสามารถและความต้องการของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด ต่อไปนี้

มาตรฐาน ค ๖.๑มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ป.๑ - ป.๓	ป.๔ - ป.๖	ม.๑ - ม.๓	ม.๔ - ม.๖
<p>๑. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>๒. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>๓. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p> <p>๔. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารการสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง</p> <p>๕. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ</p> <p>๖. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์</p>	<p>๑. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>๒. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>๓. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p> <p>๔. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารการสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง</p> <p>๕. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ</p> <p>๖. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์</p>	<p>๑. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>๒. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>๓. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p> <p>๔. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารการสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง</p> <p>๕. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ถ้าความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ</p> <p>๖. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์</p>	<p>๑. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>๒. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>๓. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p> <p>๔. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน</p> <p>๕. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ถ้าความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ</p> <p>๖. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์</p>

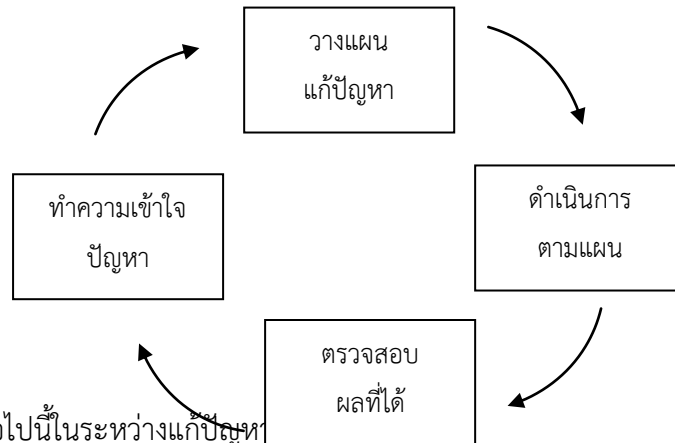
นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2551 ที่กำหนดให้ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ นั่นคือถือว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถในการเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ ผู้สอนควรเปลี่ยนบทบาทจากผู้ถ่ายทอดมาเป็นผู้กระตุ้น และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง การถ่ายทอดความรู้ไม่ควรใช้การบรรยายอย่างเดียว แต่ควรใช้คำถามให้ผู้เรียนฝึกคิด ลงมือปฏิบัติ และค้นหาคำตอบด้วยตนเอง

3.1 การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา

การแก้ปัญหานั้นองค์ประกอบที่สำคัญในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรชี้ให้ผู้เรียนตระหนักว่า หัวใจของการแก้ปัญหาไม่ใช่อยู่ที่การหาคำตอบเท่านั้น แต่ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง เช่น การให้เหตุผล การนำเสนอ ซึ่งจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาก็มีความสำคัญยิ่ง และทักษะ

กระบวนการเหล่านี้มักจะสอดแทรกอยู่ในการแก้ปัญหาเสมอ บทบาทของผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตนเองและอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแบบจำลองแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น โพลยา (Polya, 1945) ได้เสนอแบบจำลองการแก้ปัญหาที่รู้จักกันอย่างแพร่หลาย ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังรูป



ผู้เรียนอาจใช้เทคนิคต่อไปนี้ในระหว่างแก้ปัญหา

- ใช้แผนภาพ ตาราง หรือแบบจำลอง
- ลองและตรวจสอบ
- ค้นหาแบบรูป
- ตรวจสอบโดยวิธีทำย้อนกลับ
- แก้ปัญหาทีละส่วน
- คิดเกี่ยวกับปัญหาที่คล้ายคลึงกัน

จงพิจารณาปัญหาต่อไปนี้

ปัญหาที่ 1 ถ้าผลคูณของจำนวนสามจำนวนที่เรียงติดกันในลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง คือ 216 และผลรวมของทั้งสามจำนวนเป็น 19 จงหาจำนวนที่มากที่สุดใสามจำนวนนี้

- 1) จงแสดงวิธีการแก้ปัญหาข้างต้น
- 2) กระบวนการแก้ปัญหาของท่านสอดคล้องกับแบบจำลองของโพลยาหรือไม่ อย่างไรจงอภิปราย
- 3) จงระบุทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหานี้ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ
- 4) ในขณะที่นักเรียนแต่ละคนมีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกัน ท่านจะมีวิธีใดในการพัฒนาให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาจงอภิปรายร่วมกัน

ปัญหาที่ 2. วันศุกร์ที่ 13 จะมีในปฏิทินทุกปีหรือไม่ จงให้เหตุผลประกอบคำตอบ

ปัญหาที่ 3. ในการแข่งขันครั้งหนึ่งมีทีมเข้าร่วมแข่งขันทั้งหมด 15 ทีม โดยแต่ละทีมจะแข่งกับทีมอื่น ๆ เพียงครั้งเดียวเท่านั้น ทีมที่ชนะจะได้ 3 คะแนน ทีมที่เสมอจะได้ 2 คะแนน ส่วนทีมที่แพ้จะได้ 1 คะแนน เมื่อการแข่งขันเสร็จสิ้นลงพบว่าไม่มีทีมใดได้คะแนนรวมเท่ากันเลย ทีมที่ได้คะแนนต่ำสุดได้ 21 คะแนน จงให้เหตุผลว่าทำไมทีมที่ได้คะแนนสูงสุดของการแข่งขันนี้จึงเสมออย่างน้อยหนึ่งครั้ง

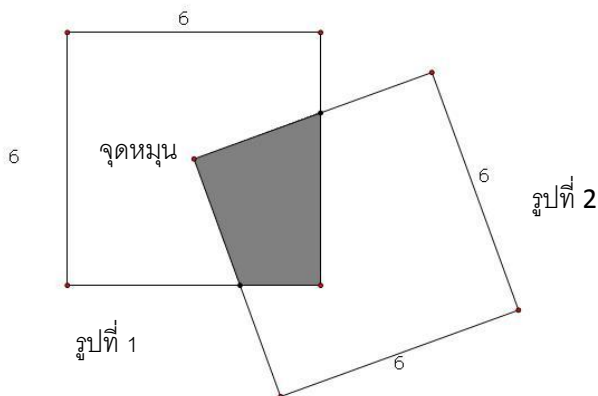
ปัญหาที่ 4. ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่ง ความยาวของด้าน AB เท่ากับความยาวของด้าน BC และขนาดของมุม ABC เท่ากับ 20 องศา D เป็นจุดซึ่งอยู่บนด้าน AB ทำให้ขนาดของมุม ACD เท่ากับ 60 องศา และ E เป็นจุดซึ่งอยู่บนด้าน BC ทำให้ขนาดของมุม EAC เท่ากับ 50 องศา จงหาขนาดของมุม CDE

3.2 การพัฒนาทักษะการให้เหตุผล

การให้เหตุผล เป็นทักษะที่ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจถึงความสมเหตุสมผลทางคณิตศาสตร์และเพื่อหาข้อสรุปการพัฒนาทักษะนี้ผู้สอนควรใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนฝึกคิด และแสดงเหตุผลในระหว่างการแก้ปัญหา เช่น ใช้คำถามว่า ทำไม... เพราะเหตุใด... อย่างไร... อะไรจะเกิดขึ้นถ้า.....อธิบายเหตุผลที่ใช้แก้ปัญหา...

ปัญหาที่ 5 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เท่ากันทุกประการ 2 รูป ขนาด 6 ซม.×6 ซม. เกยกัน

โดยที่จุดยอดจุดหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปที่ 2 อยู่ที่จุดตัดของเส้นทแยงมุมของรูปที่ 1 ดังรูป



1. ถ้าหมุนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ 2 ไปรอบ ๆ จุดหมุน พื้นที่ที่แรเงาจะมีขนาดเปลี่ยนแปลงอย่างไร และพื้นที่ที่แรเงามีขนาดมากที่สุดเป็นเท่าไร
2. ถ้าเปลี่ยนขนาดของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสอง คำตอบในข้อ 1 จะเปลี่ยนไปหรือไม่อย่างไร
3. จงระบุทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหานี้ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ

ปัญหาที่ 6. จงหาจำนวนวิธีที่จะสุ่มหยิบเหรียญ 3 เหรียญ โดยหยิบพร้อมกัน จากเหรียญบาท เหรียญ 2 บาท เหรียญ 5 บาท และเหรียญ 10 บาท ที่มีอยู่อย่างน้อยชนิดละ 3 เหรียญ พร้อมระบุทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหานี้ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ

3.3 การพัฒนาทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ

ทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมาย สังเกตได้จากการใช้ภาษาของผู้เรียน โดยผ่านทาง การเขียน หรือการอธิบาย ซึ่งทำได้โดยการใช้คำถามปลายเปิด (Open-ended questions) ให้ผู้เรียนเขียน หรืออธิบาย เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหา นั้น ๆ หรือไม่ แต่พึงระวังที่จะไม่สรุปว่า การที่ผู้เรียน ไม่สามารถแสดงการสื่อสารได้ ไม่ได้หมายความว่า เขาไม่เข้าใจความคิดรวบยอดของเนื้อหาเหล่านั้น การฝึกทักษะการสื่อสารนั้น เป็นการประเมินว่าผู้เรียนเรียนรู้อะไรบ้าง และสามารถทำอะไรได้บ้าง มากกว่าที่จะประเมินว่าผู้เรียนไม่รู้อะไรบ้างและไม่สามารถทำอะไรได้บ้าง นอกจากนี้ การเขียนแสดงวิธีทำ หรือ การเขียนเพื่ออธิบายเรื่องราว ยังแสดงให้เห็นถึงความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหา คณิตศาสตร์ต่าง ๆ เข้าด้วยกันและแสดงความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียน อีกด้วย ส่วนทักษะการนำเสนอ นั้นมัก เกิดควบคู่ไปกับการสื่อสาร และมีได้หลากหลาย เช่น การนำเสนอโดยใช้สัญลักษณ์ ตัวเลข รูปภาพ กราฟ ตาราง หรือ สมการ

3.4 การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง

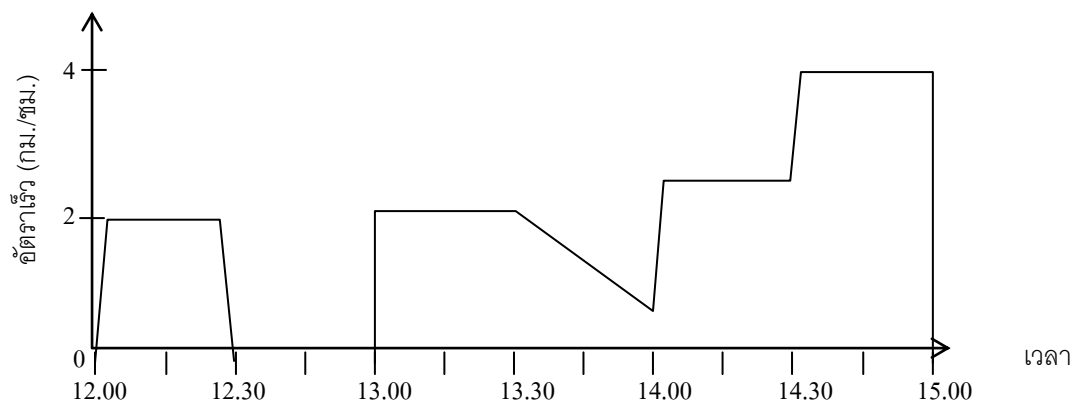
ทักษะการเชื่อมโยง เป็นทักษะที่ต้องการให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เชื่อมโยงคณิตศาสตร์เข้ากับเนื้อหาในวิชาอื่น หรือนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน การพัฒนาทักษะนี้ทำได้โดยกำหนดสถานการณ์ หรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non-routine problems) ให้ผู้เรียน หาคำตอบ

3.5 การพัฒนาทักษะความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ทักษะความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นทักษะที่ต้องการให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดที่หลากหลายในการ แก้ปัญหา และคิดให้แตกต่างไปจากเดิม การพัฒนาทักษะนี้ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างสถานการณ์โจทย์ ปัญหา ลดเงื่อนไขและข้อจำกัดต่างๆ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนมีอิสระในความคิดมากขึ้น

ปัญหาที่ 7 จงอธิบายความแตกต่างระหว่าง “ความสัมพันธ์” กับ “ฟังก์ชัน” พร้อมยกตัวอย่าง ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน ประกอบการอธิบาย

ปัญหาที่ 8 จงเขียนเรื่องราวเพื่อประกอบกราฟต่อไปนี้



ปัญหาที่ 9 พิจารณาจำนวนต่อไปนี้

- 1) 216^2
- 2) 36^3
- 3) 3×15552
- 4) $(5 \times 7 \times 31 \times 43) + 1$
- 5) $(12 \times 3000) + (12 \times 888)$

จำนวนในข้อ ก, ข, ค, ง และ จ แทนจำนวนเดียวกันหรือไม่

การนำเสนอของแต่ละจำนวนแตกต่างกันอย่างไร

ปัญหาที่ 10 จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน

$$f(x) = \begin{cases} 3, & x \leq 6 \\ 5, & 6 < x < 9 \\ 7, & x \geq 9 \end{cases}$$

และพิจารณาว่า f เป็นฟังก์ชันชนิดใด

ปัญหาที่ 11

ก. เขียนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาด 5×13 ตารางหน่วย แล้วลากเส้นทแยงมุม 1 เส้น จากนั้นหาจุด ๆ หนึ่งบนฐานที่มีระยะห่าง 8 หน่วยจากจุดปลายของฐานด้านที่ตัดกับเส้นทแยงมุม จากจุดดังกล่าวสร้างส่วนของเส้นตรงให้ตั้งฉากกับฐานไปยังเส้นทแยงมุม ทำเช่นเดียวกันนี้กับด้านที่อยู่ตรงข้ามกับฐาน ขึ้นต่อไปตัดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้ตามเส้นทแยงมุมและเส้นตั้งฉากทั้งสอง จะได้เป็นชิ้นส่วน 4 ชิ้น จัดเรียงชิ้นส่วนที่ได้ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 8×8 ตารางหน่วย จะเห็นว่ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาด 5×13 ตารางหน่วยมีพื้นที่ 65 ตารางหน่วย แต่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ประกอบได้มีพื้นที่ 64 ตารางหน่วย เกิดอะไรขึ้นกับพื้นที่ส่วนที่หายไป

ข. จากข้อ ก เราจะสร้างความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร จงอภิปราย

คำถาม จงยกตัวอย่างคำถาม/ ปัญหา/ หรือสถานการณ์ เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์พร้อมอธิบายว่าคำถาม/ ปัญหา/ หรือสถานการณ์ นั้นฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างไร

เฉลย เรื่อง ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

คำเฉลยของแต่ละปัญหาเป็นเพียงแนวทางหนึ่งที่เป็นไปได้เท่านั้น ผู้เรียนอาจมีวิธีการแก้ปัญหาที่ต่างไปจากเฉลยนี้ ทั้งนี้ให้อยู่ในดุลยพินิจของผู้สอน

ปัญหาที่ 1 ถ้าผลคูณของจำนวนสามจำนวนที่เรียงติดกันในลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่งคือ 216 และผลรวมของทั้งสามจำนวนเป็น 19 จงหาจำนวนที่มากที่สุด ในสามจำนวนนี้

แนวคิด ให้จำนวนทั้งสามเป็น $\frac{a}{r}$, a , ar

ผลคูณของจำนวนทั้งสามเท่ากับ 216

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \frac{a}{r} \times a \times ar &= 216 \\ a^3 &= 216 \\ a &= 6 \end{aligned}$$

ผลรวมของจำนวนทั้งสามเท่ากับ 19

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \frac{6}{r} + 6 + 6r &= 19 \\ r &= \frac{3}{2} \quad \text{หรือ} \quad r = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

จำนวนทั้งสามในลำดับเรขาคณิตนี้ คือ 4, 6, 9 หรือ 9, 6, 4

ดังนั้น จำนวนที่มากที่สุดคือ 9

จงระบุทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหานี้ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ

แนวคิด

1) ใช้ทักษะการแก้ปัญหาในการแสดงกระบวนการคิดเพื่อแสดงการหาคำตอบและผู้ตอบอาจมีวิธีที่แตกต่างกัน

2) ใช้ทักษะการให้เหตุผล ในการแสดงเหตุผลเพื่อค่าของอัตราส่วนร่วมและเลือกจำนวนที่มากที่สุด

3) ใช้ทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ

- ในการตีความหมายโจทย์
- ในการเขียนแสดงวิธีทำ เพื่ออธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมดให้ผู้อ่านเข้าใจอย่างชัดเจน
- ในการเขียนแทนจำนวนทั้งสามในรูปของลำดับและสร้างสมการเพื่อหาคำตอบ

4) ใช้ทักษะการเชื่อมโยง

- ในการนำความรู้เรื่องการแก้สมการมาใช้แก้โจทย์ปัญหาเรื่องลำดับ
- ในการนำความรู้เรื่อง ลำดับเรขาคณิต มาใช้ในการให้เหตุผล

ในขณะที่นักเรียนแต่ละคนมีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกัน ท่านจะมีวิธีใดในการพัฒนาให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา

คำตอบมีได้หลากหลายเช่น

- ทบทวนเนื้อหาในเรื่องที่ต้องการจะแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้
- ให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างสม่ำเสมอ
- ให้นักเรียนมีโอกาสนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหาของตนเอง และแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหากับเพื่อนร่วมชั้น
- ให้นักเรียนค้นหาความรู้เพิ่มเติมจากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ เช่น ห้องสมุด อินเทอร์เน็ต ฯลฯ
- ให้นักเรียนตระหนักว่า การแก้ปัญหาของแต่ละคนใช้เวลาไม่เท่ากัน ต้องใช้เวลา และไม่ท้อถอยเมื่อไม่สามารถแก้ปัญหาได้
- ส่งเสริมให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีในการแก้ปัญหา

ปัญหาที่ 2: วันศุกร์ที่ 13 จะมีในปฏิทินทุกปีหรือไม่ จงให้เหตุผลประกอบคำตอบ

This problem is related to the mathematical concept in number theory. The problem requires the student to apply the concept of division by 7 and the remainders. The problem can be solved by considering two cases: when there are 28 days in February and there are 29 days in February. One method for approaching this problem is to assume January 1 is day 1, January 2 is day 2, and so on. Continuing with this method, the days of the year that represent a 13th day of a month are 13, 44, 72, 103, 133, 164, 194, 225, 256, 286, 317, and 347. For a leap year, the numbers become 13, 44, 73, 104, 134, 165, 195, 226, 257, 287, 318, and 348. When dividing these numbers by 7, seven remainders from 0 to 6 are possible. Therefore, the conclusion is that a Friday the 13th does occur every year.

ปัญหาที่ 3.ในการแข่งขันครั้งหนึ่งมีทีมเข้าร่วมแข่งขันทั้งหมด 15 ทีม โดยแต่ละทีมจะแข่งกับทีมอื่น ๆ เพียงครั้งเดียวเท่านั้น ทีมที่ชนะจะได้ 3 คะแนน ทีมที่เสมอจะได้ 2 คะแนน ส่วนทีมที่แพ้จะได้ 1 คะแนน เมื่อการแข่งขันเสร็จสิ้นลงพบว่าไม่มีทีมใดได้คะแนนรวมเท่ากันเลย ทีมที่ได้คะแนนต่ำสุดได้ 21 คะแนน จงให้เหตุผลว่าทำไมทีมที่ได้คะแนนสูงสุดของการแข่งขันนี้จึงเสมออย่างน้อยหนึ่งครั้ง

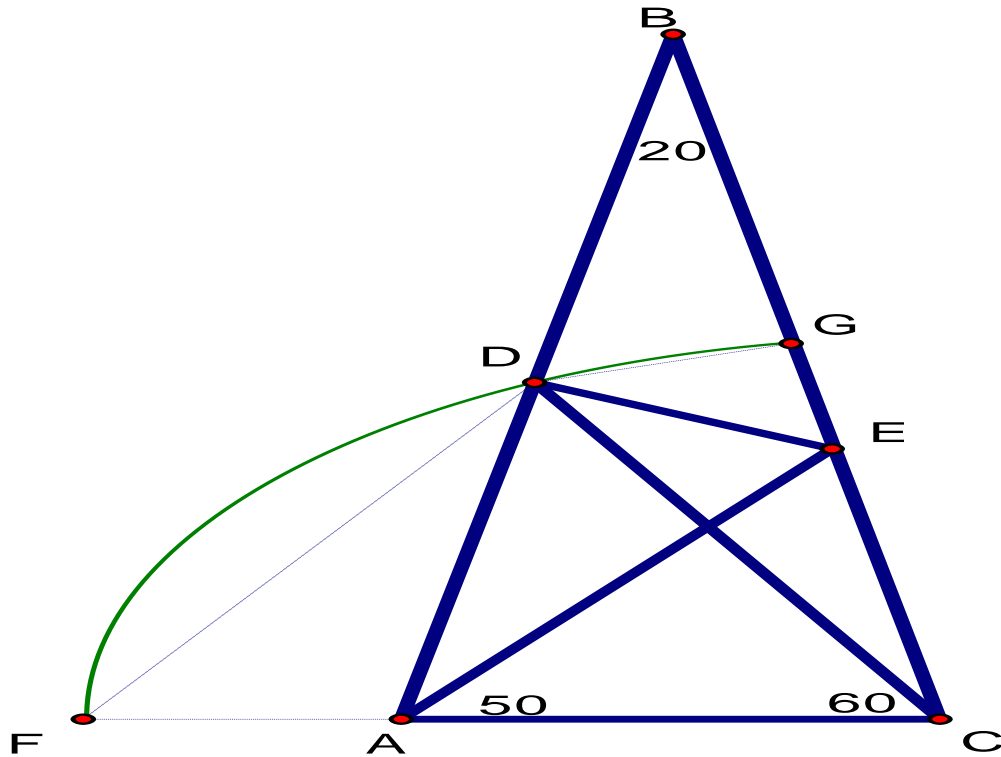
The mathematical concept underlying this problem is a basic in counting. The problem indicates that each team plays with every other team exactly once. So, the total number of games played is $14+13+12+\dots+3+2+1 = 105$ times. Each game generates a total of 4 points, which are shared between the two teams in that game. Thus, the total number of scores is $4 \times 105 = 420$ points. If every team receives a different total score and the team with the lowest total score gets 21 points, the team with second lowest total score gets at

least 22 points. The team with third lowest total score gets at least 23 points, and so on. So, the highest total score team gets at least 35 points because $21+22+23+\dots+33+34+35 = 420$ points.

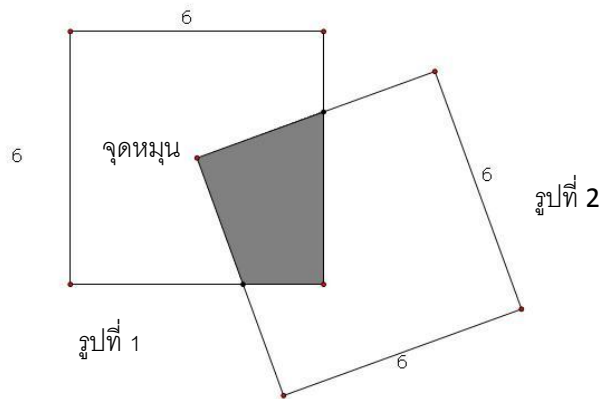
Since this result is exactly the total number of points, it must be that the team with the second lowest total score gets exactly 22 points. The team with the third lowest total score gets exactly 23 points, and so on. Therefore, the highest total score team gets exactly 35 points. If any team scores more points, the sum of the total score of all teams would be more than 420 points, which is impossible. The maximum numbers of points that a team could have received is $3 \text{ points} \times 14 \text{ games} = 42 \text{ points}$. Thus, the highest total score team lost only $42 - 35 = 7 \text{ points}$. For each loss, 2 points are subtracted (a win is 3, but a loss is 1). If the highest total score team does not have any draws, then the total number of points lost is an even number, not 7. Therefore, the highest total score team has at least one draw.

ปัญหาที่ 4. ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่ง ความยาวของด้าน AB เท่ากับความยาวของด้าน BC และขนาดของมุม ABC เท่ากับ 20 องศา D เป็นจุดซึ่งอยู่บนด้าน AB ทำให้ขนาดของมุม ACD เท่ากับ 60 องศา และ E เป็นจุดซึ่งอยู่บนด้าน BC ทำให้ขนาดของมุม EAC เท่ากับ 50 องศา จงหาขนาดของมุม CDE

Problem Three is a geometry problem that can be solved in several ways. The pictorial representation in Figure indicates one possible solution by extending a line from point A to point F . To identify this line, considering point C as the center of a circle with CD as its radius; the circle intersects the line generated from AC at F and BC at G . For the isosceles triangle ABC , angle $ABC = 20$, angle $EAC = 50$, and angle $ACD = 60$. Thus, angle $EAD = 30$ and angle $DCE = 20$. Draw FA , FD , and DG . Thus, angle $FAD = 100$, angle $ADC = 40$, and angle $AEC = 50$. Since $CF = CD$ and angle $DCF = 60$, then DCF is an equilateral triangle. In $\triangle FDA$, angle $AFD = 60$ and angle $FDA = 20$. In $\triangle CDB$, angle $BCD = \text{angle } DBC = 20$. Thus, $CD = BD$ (equal sides of isosceles triangle). And $CD = DF$ (sides of equilateral triangle), so $BD = DF$. In $\triangle AEC$, $CA = CE$ (equal sides of isosceles triangle). $CF = CG$ (radii), so $FA = GE$ (subtraction). $\triangle DCG$ is isosceles and angle $GDC = DGC = 80$. Therefore, angle $BGD = 100$ and $\triangle DBG \cong \triangle FDA$ (side-angle-side). Then, $FA = DG$ because they are corresponding sides. Therefore, $DG = GE$ and angle $EDG = \text{angle } GED = 50$. So, angle $CDE = 80 - 50 = 30$.



ปัญหาที่ 5 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เท่ากันทุกประการ 2 รูป ขนาด 6 ซม. X 6 ซม. เกยกัน โดยที่จุดยอดจุดหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปที่ 2 อยู่ที่จุดตัดของเส้นทแยงมุมของรูปที่ 1 ดังรูป



1) ถ้าหมุนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปที่ 2 ไปรอบ ๆ จุดหมุน พื้นที่ที่แรเงาจะมีขนาดเปลี่ยนแปลงอย่างไรและพื้นที่ที่แรเงามีขนาดมากที่สุดเป็นเท่าไร

แนวคิด พื้นที่ที่แรเงาจะมีขนาดเท่าเดิมไม่เปลี่ยนแปลง โดยมีขนาด 9 ตารางเซนติเมตร

2) ถ้าเปลี่ยนขนาดของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสอง คำตอบในข้อ 1 จะเปลี่ยนไปหรือไม่อย่างไร

แนวคิด ถ้าเปลี่ยนขนาดของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส พื้นที่ที่แรเงาก็จะเปลี่ยนแปลงโดยจะมีขนาดเป็น

$$\frac{1}{4} \text{ ของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส}$$

ปัญหาที่ 6 จงหาจำนวนวิธีที่จะสุ่มหยิบเหรียญ 3 เหรียญ โดยหยิบพร้อมกัน จากเหรียญบาท เหรียญ 2 บาท เหรียญ 5 บาท และเหรียญ 10 บาท ที่มีอยู่อย่างน้อยชนิดละ 3 เหรียญ

แนวคิด	ให้	A	แทน เหรียญบาท
		B	แทน เหรียญ 2 บาท
		C	แทน เหรียญ 5 บาท
		D	แทน เหรียญ 10 บาท

กรณี 1: หยิบได้เหรียญชนิดเดียวกันทั้ง 3 เหรียญ มี 4 วิธี คือ AAA BBB CCC และ DDD

กรณี 2: หยิบได้เหรียญชนิดเดียวกัน 2 เหรียญ มี 12 วิธี คือ

- AAB AAC AAD
- BBA BBC BBD
- CCA CCB CCD
- DDA DDB DDC

กรณี 3: หยิบได้เหรียญที่แตกต่างกันทั้ง 3 เหรียญ มี 4 วิธี คือ ABC ABD BCD ACD
 ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดเป็น $4 + 12 + 4 = 20$ วิธี

ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา นี้ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ

- 1) ใช้ทักษะการแก้ปัญหาในการแสดงกระบวนการคิดเพื่อแสดงการหาคำตอบ
- 2) ใช้ทักษะการให้เหตุผล ในการแสดงเหตุผลที่ต้องแยกเป็น 3 กรณี
- 3) ใช้ทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ

- ในการตีความหมายโจทย์และทำความเข้าใจวิธีการสุ่มหยิบเหรียญ
- ในการเขียนแสดงวิธีทำ เพื่ออธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมดให้ผู้อ่านเข้าใจอย่างชัดเจน
- ในการใช้สัญลักษณ์แทนเหรียญทั้งสี่ชนิด

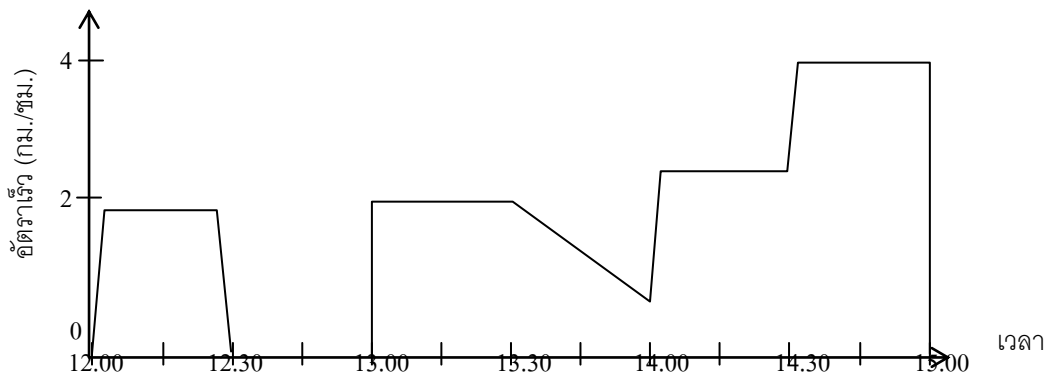
4) ใช้ทักษะการเชื่อมโยง ในการนำความรู้เรื่อง กฎเกณฑ์การนับเบื้องต้น มาใช้ในการให้เหตุผลเพื่อหาคำตอบ

ปัญหาที่ 7 จงอธิบายความแตกต่างระหว่าง “ความสัมพันธ์” กับ “ฟังก์ชัน” พร้อมยกตัวอย่างความสัมพันธ์ และ ฟังก์ชันที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน ประกอบการอธิบาย

แนวคิด ความสัมพันธ์ เป็นความเกี่ยวข้องกันของสิ่งสองสิ่งภายใต้กฎเกณฑ์อย่างใดอย่างหนึ่ง และสามารถเขียนแทนความสัมพันธ์ในรูปของคู่อันดับได้ตัวอย่างเช่นความสัมพันธ์ระหว่างราคาเสื้อ (บาท) กับจำนวนเสื้อ (ตัว)

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้นตัวอย่างเช่น $r = \{ (x, y) \mid y = 3x^2 \}$

ปัญหาที่ 8 จงเขียนเรื่องราวเพื่อประกอบกราฟต่อไปนี้



แนวคิด ในการเข้าค่ายของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ได้จัดให้นักเรียนมีกิจกรรมเดินทางไกลขึ้น นักเรียนกลุ่มหนึ่งเริ่มออกเดินทางเวลา 12.00 น. ด้วยอัตราเร็ว 2 กม./ชม. เดินทางได้ครึ่งชั่วโมงหยุดพักรับประทานอาหารกลางวัน แล้วเริ่มเดินทางต่อในเวลา 13.00 น. ด้วยอัตราเร็วเท่าเดิม เมื่อเดินทางต่อไปอีกครั้งชั่วโมง นักเรียนส่วนใหญ่รู้สึกเหนื่อย อัตราเร็วในการเดินจึงลดลงเรื่อย ๆ จนกระทั่งเมื่อเวลา 14.00 น. อัตราเร็วลดลงเหลือ 1 กม./ชม. หลังจากนั้น หัวหน้ากลุ่มพบว่า สมาชิกในกลุ่มของเขาเร่งฝีเท้า ทำให้อัตราเร็วเพิ่มขึ้นเป็นประมาณ 2.5 กม./ชม. และเมื่อถึงเวลา 14.30 น. อัตราเร็วเพิ่มเป็น 4 กม./ชม. และเมื่อถึงเวลา 15.00 น. นักเรียนกลุ่มนี้ก็เดินทางมาถึงจุดหมายพอดี

ปัญหาที่ 9 พิจารณาจำนวนต่อไปนี้

- 1) 216^2
- 2) 36^3
- 3) 3×15552
- 4) $(5 \times 7 \times 31 \times 43) + 1$
- 5) $(12 \times 3000) + (12 \times 888)$

จำนวนในข้อ ก, ข, ค, ง และ จ แทนจำนวนเดียวกันหรือไม่การนำเสนอของแต่ละจำนวนแตกต่างกันอย่างไร

แนวคิด จำนวนในข้อ ก, ข, ค, ง และ จ แทนจำนวนเดียวกัน คือ 46656

- 1) 216^2 แสดงการนำเสนอในรูปของจำนวนเต็มยกกำลังสอง
- 2) 36^3 แสดงการนำเสนอในรูปของจำนวนเต็มยกกำลังสาม
- 3) 3×15552 แสดงการนำเสนอของจำนวนในรูปพหุคูณของ 3
- 4) $(5 \times 7 \times 31 \times 43) + 1$ เป็นการนำเสนอของจำนวนที่หารด้วยจำนวนเฉพาะ แล้วเหลือเศษ 1
- 5) $(12 \times 3000) + (12 \times 888)$ เป็นการนำเสนอของจำนวนในรูปพหุคูณของ 12 และแสดงสมบัติ

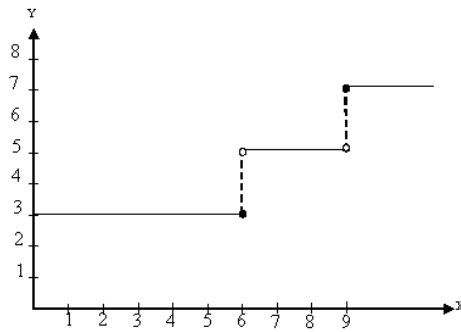
การกระจาย

ปัญหาที่ 10 จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน

$$f(x) = \begin{cases} 3, & x \leq 6 \\ 5, & 6 < x < 9 \end{cases}$$

และพิจารณาว่า f เป็นฟังก์ชันชนิดใด

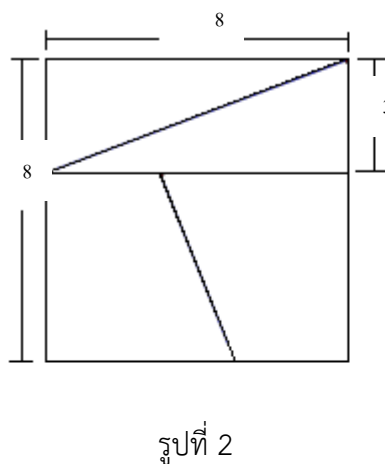
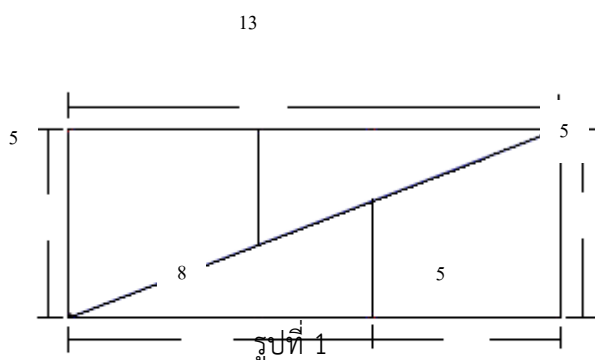
แนวคิด f เป็นฟังก์ชันขั้นบันได



ปัญหาที่ 11

จงเขียนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาด 5×13 ตารางหน่วย แล้วลากเส้นทแยงมุม 1 เส้น จากนั้นหาจุดๆ หนึ่งบนฐานที่มีระยะห่าง 8 หน่วยจากจุดปลายของฐานด้านที่ติดกับเส้นทแยงมุม จากจุดดังกล่าวสร้างส่วนของเส้นตรงให้ตั้งฉากกับฐานไปยังเส้นทแยงมุม ทำเช่นเดียวกันนี้กับด้านที่อยู่ตรงข้ามกับฐาน ขั้นต่อไป ตัดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้ตามเส้นทแยงมุมและเส้นตั้งฉากทั้งสอง จะได้เป็นชิ้นส่วน 4 ชิ้น จัดเรียงชิ้นส่วนที่ได้ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 8×8 ตารางหน่วย จะเห็นว่ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาด 5×13 ตารางหน่วย มีพื้นที่ 65 ตารางหน่วย แต่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ประกอบได้มีพื้นที่ 64 ตารางหน่วย เกิดอะไรขึ้นกับพื้นที่ส่วนที่หายไป

แนวคิด



จากรูปที่ 1 ความชันของเส้นทแยงมุมเป็น $5/13 \approx 0.385$

จากรูปที่ 2 ความชันของเส้นทแยงมุมเป็น $3/8 = 0.375$

จะเห็นได้ว่า ความชันของเส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นไม่เท่ากัน แสดงว่า เส้นทแยงมุมทั้งสองไม่ใช่เส้นตรงเดียวกัน พื้นที่ที่หายไป เป็นเพราะค่าความชันทั้งสองซึ่งมีค่าใกล้เคียงกัน ทำให้เข้าใจว่าเส้นตรงทั้งสองเป็นเส้นเดียวกัน

เราจะสร้างความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร จงอภิปราย

แนวคิด การแก้ปัญหาข้อนี้ต้องเชื่อมโยงความรู้ในเรื่อง ความชัน ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) มาอธิบาย

บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.**

กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สุรางค์ไคว้ตระกูล. (2545). **จิตวิทยาการศึกษา.** กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Cady, J. (2001). Implementing Reform Practices. **Mathematics Teaching in the Middle**

School, 6, 460 – 466.

- Coulombe, W. N. & Berenson, S. B. (2001). Representations of Patterns and Functions: Tools for Learning. In A. A. Cuoco, & F. R. Curcio (Eds.), **The Role of Representation in School Mathematics**, (pp. 166-172). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Dossey, J. A., McCrone, S., Giordano, F. R., & Weir, M. D. (2002). **Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom: A Contemporary Approach to Teaching Grades 7 – 12**. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole.
- Friel, S. et. al. (2004). **Navigating Through Algebra in Grades 6-8**. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Masingila, J. & Prus-Winsniowska, E. (1996). Developing and assessing Mathematical Understanding in Calculus through Writing. In P. C. Elliott, & M. J. Kenney (Eds.), **Communication in Mathematics, K-12 and Beyond**, (pp. 146-158). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- McGivney-Burrelle, J. & White J. (2005). October's Menu of Problems. **Mathematics Teacher, 100**, 192-197.
- Polya, G. (1957). **How to solve it: A New Aspect of Mathematical Method**. Garden City, NY: Doubleday & Company, Inc.
- Sally, R. & Tayeh, C. (2006). It's the Thought That Counts: Reflecting on Problem Solving. **Mathematics Teaching in the Middle School, 12**, 232-237.

การนำไปใช้ประโยชน์

ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนควบคู่กับการสอนเนื้อหาหลัก และนำแบบฝึกหัดทั้งที่เป็นภาษาไทย และภาษาอังกฤษแปลให้นักเรียนได้ฝึกคิด

ผลที่เกิดกับผู้เรียน

ข้าพเจ้านำแบบฝึกหัดที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งที่เป็นภาษาไทย และภาษาอังกฤษแปลให้นักเรียนได้ฝึกคิด ในการทำแบบฝึกหัดครั้งแรกพบว่านักเรียนร้อยละ 40 ไม่สามารถตอบโจทย์ได้เลย และนักเรียนส่วนใหญ่ไม่เคยได้ทำโจทย์ในลักษณะนี้มาก่อนและเมื่อใช้แบบฝึกหัดลักษณะนี้ ต่อเนื่อง พบว่านักเรียนมีพัฒนาการด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ข้อ4. ใฝ่เรียนรู้ สูงขึ้น

4. การจัดหลักสูตรสถานศึกษา

ข้าพเจ้าศึกษาเอกสาร ตำราต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการจัดหลักสูตรสถานศึกษาจากแหล่งเรียนรู้ คือ ห้องสมุดเฉลิมพระเกียรติ สวนศรีเมือง และการสืบค้นทางอินเทอร์เน็ต ในวันที่ 19 – 22 ตุลาคม พ.ศ. 2555 รวมระยะเวลา 4 วัน โดยมุ่งเน้นเรื่องการจัดทำแผนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนทุกระดับความสามารถให้เหมาะสมกับการเรียนเนื้อหาหลักตามที่หลักสูตรแกนกลางและหลักสูตรสถานศึกษากำหนด สามารถสรุปได้ดังนี้

4.1. หลักสูตรสถานศึกษา

สถานศึกษาเป็นชุมชนของการแสวงหาความรู้ สถานศึกษาจึงต้องมีหลักสูตรของตนเองคือหลักสูตรสถานศึกษา ประกอบด้วยการเรียนรู้ทั้งมวลและประสบการณ์อื่น ๆ ที่สถานศึกษาแต่ละแห่งวางแผนเพื่อพัฒนาผู้เรียนโดยจะต้องจัดทำสาระการเรียนรู้ทั้งรายวิชาที่เป็นพื้นฐานและรายวิชาที่ต้องการเรียนเพิ่มเติมเป็นรายปีหรือรายภาค จัดกิจกรรมพัฒนาผู้เรียนทุกภาคเรียนและกำหนดคุณลักษณะอันพึงประสงค์จากมาตรฐานการศึกษาขั้นพื้นฐานซึ่งเป็นส่วนประกอบที่สำคัญของการจัดหลักสูตรสถานศึกษา

4.2 จุดมุ่งหมายของหลักสูตรสถานศึกษา

สถานศึกษาจะต้องทำงานร่วมกับครอบครัวและชุมชน ท้องถิ่นวัดและหน่วยงานทั้งภาครัฐและเอกชนในท้องถิ่นเพื่อให้เกิดผลตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตรสองประการซึ่งจุดมุ่งหมายทั้งสองประการนี้ให้แนวทางที่สำคัญซึ่งสถานศึกษาต้องพัฒนาหลักสูตรภายในบริบทและแนวทางนั้น ๆ ดังนี้

1) หลักสูตรสถานศึกษาควรพัฒนาให้เด็กเกิดความสุขและความเพลิดเพลินในการเรียนรู้ เปรียบเสมือนเป็นวิธีสร้างกำลังใจและเร้าใจให้เกิดความก้าวหน้าแก่ผู้เรียนให้ได้มากที่สุดมีความรู้สูงสุดสำหรับผู้เรียนทุกคน ควรสร้างความเข้มแข็ง ความสนใจและประสบการณ์ให้ผู้เรียน และพัฒนาความมั่นใจให้เรียนและทำงานอย่างเป็นอิสระและร่วมใจกันควรให้ผู้เรียนมีทักษะการเรียนรู้สำคัญๆ ในการอ่านออกเขียนได้ คิดเลขเป็นได้ข้อมูลสารสนเทศและเทคโนโลยีสื่อสารส่งเสริมจิตใจที่อยากรู้ อยากเห็นและมีกระบวนการคิดอย่างมีเหตุผล

2) หลักสูตรสถานศึกษาควรส่งเสริมการพัฒนาด้านจิตวิญญาณ จริยธรรมสังคมและวัฒนธรรม และโดยเฉพาะพัฒนาหลักการในการจำแนกแหว่งถูกและผิดเข้าใจและศรัทธาในความเชื่อของตน ความเชื่อและวัฒนธรรมที่แตกต่างกันว่ามีอิทธิพลต่อตัวบุคคลและสังคมหลักสูตรสถานศึกษาต้องพัฒนาหลักคุณธรรมและความอิสระของผู้เรียนและช่วยให้เป็นพลเมืองพลเมืองที่มีความรับผิดชอบสามารถช่วยพัฒนาสังคมให้เป็นธรรมขึ้น มีความเสมอภาค ควรพัฒนาความตระหนัก เข้าใจและยอมรับสภาพแวดล้อมที่ตนดำรงชีวิตอยู่ยึดมั่นในข้อตกลงร่วมกันต่อการพัฒนาที่ยั่งยืนทั้งในระดับส่วนตน ระดับท้องถิ่นระดับชาติ และระดับโลกหลักสูตรสถานศึกษาควรสร้างให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเป็นผู้บริโภคที่ตัดสินใจแบบมีข้อมูลและเป็นอิสระ และเข้าใจในความรับผิดชอบ

3) การสร้างหลักสูตรสถานศึกษา

หลักสูตรจะต้องสนองตอบต่อการเปลี่ยนแปลงทางสังคมและเศรษฐกิจและเปลี่ยนไปตามธรรมชาติของการศึกษาผู้สอนต้องปรับปรุงกระบวนการสอนและประเมินกระบวนการสอนของตนเพื่อ

สนองต่อความต้องการของผู้เรียนที่เปลี่ยนแปลงและผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลง'ทางเศรษฐกิจสังคม และวัฒนธรรม การศึกษาจะเจริญก้าวหน้ายิ่งขึ้น ถ้าหลักสูตรมีการปรับปรุงให้เป็นไปตามความต้องการและความจำเป็นตลอดเวลาสถานศึกษาควรดำเนินการจัดทำหลักสูตรดังนี้

4.3 กำหนดวิสัยทัศน์

สถานศึกษาจำเป็นต้องกำหนดวิสัยทัศน์เพื่อมองอนาคตว่า โลกและสังคมรอบ ๆ จะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร และสถานศึกษาจะต้องปรับตัว ปรับหลักสูตรอย่างไรจึงจะพัฒนาผู้เรียนให้เหมาะสมกับยุคสมัย ในการสร้างหลักสูตรสถานศึกษาสถานศึกษาต้องมีวิสัยทัศน์ซึ่งทำได้โดยอาศัยความร่วมมือของชุมชน พ่อแม่ ผู้ปกครองครูอาจารย์ ผู้เรียน ภาคธุรกิจ ภาครัฐในชุมชนร่วมกันกับคณะกรรมการสถานศึกษาแสดงความประสงค์อันสูงส่งหรือวิสัยทัศน์ที่ปรารถนาให้สถานศึกษาเป็นสถาบันพัฒนาผู้เรียนที่มีพันธกิจหรือภาระหน้าที่ร่วมในการกำหนดงานหลักที่สำคัญๆ ของสถานศึกษา พร้อมด้วยเป้าหมายมาตรฐานแผนกลยุทธ์และแผนปฏิบัติการ และการติดตามผลตลอดจนจัดทำรายงานแจ้งสาธารณชนและส่งผลย้อนกลับให้สถานศึกษา เพื่อการปฏิบัติงานที่เหมาะสมตามหลักสูตรของสถานศึกษาและมาตรฐานหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานของชาติที่กำหนดไว้

กระบวนการสร้างวิสัยทัศน์ โดยอาศัยบุคคลต่าง ๆ เข้าไปมีส่วนร่วมนี้เป็นกระบวนการที่มีพลังผลักดันให้แผนกลยุทธ์ที่สถานศึกษาสร้างขึ้นดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพและมีทิศทาง ก่อให้เกิดเจตคติในทางที่สร้างสรรค์ดีงามแก่สังคมของสถานศึกษามีระบบและหน่วยสนับสนุนในการปฏิบัติงานเกิดขึ้นอย่างเป็นเครือข่ายเพียบพร้อม เช่นระบบคุณภาพ ระบบหลักสูตร สารการเรียนรู้ การเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการติดตาม การรายงานฐานข้อมูลการเรียนรู้ การวิจัยแบบมีส่วนร่วมมีระบบสนับสนุนครูอาจารย์เป็นต้น กระบวนการสร้างวิสัยทัศน์ด้วยวิธีดังกล่าวนี้จะนำไปสู่การปรับปรุงเปลี่ยนแปลงหลักสูตร การกำหนดสาระการเรียนรู้หรือหัวข้อเรื่องในท้องถิ่นสนองต่อความต้องการของชุมชน

4.4 การจัดหลักสูตรสถานศึกษา

จากวิสัยทัศน์ เป้าหมายและมาตรฐานการเรียนรู้ที่สถานศึกษาได้กำหนดไว้สถานศึกษาจะต้องจัดทำสาระการเรียนรู้จากช่วงชั้น ให้เป็นรายปี หรือรายภาคพร้อมกำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังไว้ให้ชัดเจน เพื่อให้ครูทุกคน คือครูผู้สอนและครูสนับสนุน ได้นำไปออกแบบการเรียนการสอน การบูรณาการโครงการร่วมเวลาเรียน การมอบหมายงาน / โครงการ แฟ้มผลงาน หรือการบ้านที่มีการวางแผนร่วมกันทั้งสถานศึกษาเป็นหลักสูตรสถานศึกษาที่ครอบคลุมภาระงานการจัดการศึกษาทุกด้านของสถานศึกษา

การกำหนดสาระการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีหรือภาคศึกษานำมาตามมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นของกลุ่มต่าง ๆ จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานวิเคราะห์และกำหนดให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ตามเป้าหมายและวิสัยทัศน์ของสถานศึกษาด้วย พิจารณากำหนดวิธีการจัดการเรียนการสอนสื่อการเรียนการสอน การวัดและประเมินผลพร้อมทั้งการพิจารณาภูมิปัญญาท้องถิ่นแหล่งเรียนรู้ในท้องถิ่นและสามารถกำหนดในลักษณะผสมผสานการจัดเป็นการเรียนแบบยืดหยุ่นหัวข้อเรื่องหรือจัดเป็นโครงการได้

4.5 การออกแบบการเรียนการสอน

จากสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีหรือรายภาคสถานศึกษาต้องมอบหมาย ครูผู้สอนทุกคนต้องออกแบบการเรียนการสอนโดยคาดหวังว่าผู้เรียนควรจะสามารถทำอะไรได้ เช่น ช่วงชั้นที่ 1 ซึ่งมีชั้นประถมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 นั้นผู้เรียนจะเรียนรู้สาระเรื่องที่กำหนดไว้ในระดับใด ยกตัวอย่างวิชา คณิตศาสตร์ที่มีสาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ และมีมาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริงผู้เรียนในช่วงชั้นนี้จะสามารถทำอะไรได้ เช่น ในช่วงชั้นที่ 1 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3 กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นไว้ข้อหนึ่งว่ามีความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับและศูนย์และผู้เรียนในช่วงชั้นนี้จะมีความสามารถอย่างไร เช่น ผู้เรียนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 สามารถนับได้ 1 ถึง 100 และมากกว่า เป็นต้นและออกแบบการเรียนรู้จะต้องให้ผู้เรียนพัฒนาได้ทั้งด้านความรู้ ความคิดทักษะและเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์และสังคม

4.6 การกำหนดเวลาเรียนและจำนวนหน่วยกิต

ในการจัดการศึกษาภาคบังคับ 9 ปีสถานศึกษาต้องตระหนักถึงความจำเป็นที่จะต้องจัดการศึกษาขั้นพื้นฐานให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในทุกกลุ่มสาระการเรียนรู้โดยเน้นให้ผู้เรียนมีทักษะในด้านการอ่าน การเขียน การคิดเลข การคิดวิเคราะห์และการใช้คอมพิวเตอร์ด้วยวิธีการสอนที่ยืดหยุ่นข้อเรื่องจากกลุ่มสาระการเรียนรู้ วิทยาศาสตร์หรือสังคมศึกษาเป็นหลักตามความเหมาะสมของท้องถิ่นบูรณาการการเรียนรู้ด้วยกลุ่มสาระต่างๆ เข้ากับหัวข้อเรื่องที่เรียนอย่างสมดุลควรกำหนดจำนวนเวลาเรียนสำหรับสาระการเรียนรู้รายปี ดังนี้

ช่วงชั้นที่ 1 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3 และช่วงชั้นที่ 2 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6 ควรกำหนดจำนวนเวลาสำหรับการเรียนตามสาระการเรียนรู้รายปีให้เหมาะสมและสอดคล้องกับความจำเป็นในการสอนเพื่อเน้นทักษะพื้นฐานเช่น การอ่านการเขียน การคิดเลข และการคิดวิเคราะห์ โดยเฉพาะช่วงชั้นที่ 1 ซึ่งจะต้องจัดให้ผู้เรียนเรียนอย่างสนุกเพลิดเพลินซึ่งในแต่ละคาบเวลาไม่ควรใช้เวลายาวเกินความสนใจของผู้เรียนนอกจากผู้สอนจะจัดให้เป็นกิจกรรม เช่น การฝึกให้เขียนหนังสือเป็นเล่ม เป็นต้น

การเรียนการสอนควรดำเนินไปตามความสนใจของผู้เรียน ครูผู้สอนในช่วงชั้นที่ 1 ควรเข้าใจจิตวิทยาการสอนเด็กเล็กอย่างลึกซึ้งสามารถบูรณาการกลุ่มสาระการเรียนรู้ต่าง ๆ ให้ผสมกลมกลืนตอบสนองต่อชีวิตที่อยากรู้อยากเห็นของเด็กโดยเฉพาะแต่ต้องไม่ลืมมุ่งเน้นทักษะพื้นฐานดังกล่าว สำหรับผู้เรียนในช่วงชั้นที่ 2 ซึ่งได้ผ่านการเรียนการเล่นเป็นกลุ่มมาแล้วในช่วงชั้นนี้จึงมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเริ่มทำงานเป็นทีมการสอนตามหัวข้อเรื่องจึงเป็นเรื่องสำคัญหัวข้อเรื่องขนาดใหญ่สามารถจัดทำเป็นหัวข้อย่อยทำให้ผู้เรียนรับผิดชอบไปศึกษาค้นคว้าตามหัวข้อย่อยเหล่านี้เป็นการสร้างความรู้ของตนเองและใช้กระบวนการวิจัยควบคู่กับการเรียนตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติพ.ศ.2542 และนำผลงานมาแสดงผลทำให้ผู้เรียนทุกคนได้เรียนรู้ผลงานของกันและกันในรูปแฟ้มสะสมผลงาน

การเรียนในช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 ซึ่งเป็นช่วงสุดท้ายของการศึกษาภาคบังคับเป็นการเรียนที่มุ่งพัฒนาความสามารถความถนัดและความสนใจของผู้เรียน สถานศึกษานอกจากจะทบทวนการเรียนรู้ในกลุ่มสาระต่างๆ ที่ได้เรียนรู้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่กำหนดไว้แล้วจะต้องจัดการเรียนแบบบูรณาการเป็นโครงการมากขึ้นเป็นการเริ่มทำให้ผู้เรียนได้เข้าใจการศึกษาสู่โลกของการทำงานตามความต้องการของท้องถิ่นและสังคมนวัตกรรมด้านการสอนและประสบการณ์ในการทำงานด้านต่าง ๆ แม้การเรียนภาษาก็

สามารถเป็นช่องทางสู่โลกของการทำงานได้และต้องชี้แจงให้ผู้เรียนได้ทราบว่าสังคมในอนาคตจะต้องอยู่บนรากฐานของความรู้สถานศึกษาจึงต้องจัดบรรยากาศให้อยู่ในสภาพแห่งการเรียนรู้ที่สมบูรณ์เป็นตัวอย่างแก่สังคมและควรจัดรายวิชาหรือโครงการที่สนองความถนัดความสนใจของผู้เรียนเพิ่มขึ้นด้วยการเรียนในช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ซึ่งเป็นช่วงสุดท้ายของการศึกษาขั้นพื้นฐานสถานศึกษาต้องจัดการเรียนรู้เพื่อเตรียมตัวให้ผู้เรียนมีความพร้อมในด้านการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นหรือการประกอบอาชีพ ดังนั้นสถานศึกษาควรจัดการเรียนการสอนเพื่อมุ่งส่งเสริมความถนัดและความสนใจของผู้เรียนในลักษณะรายวิชาหรือโครงการ

4.6 แนวทางการจัดหลักสูตรสถานศึกษา

เพื่อให้การจัดทำหลักสูตรสถานศึกษาดำเนินไปด้วยดีบรรลุตามที่คาดหวัง จึงกำหนดแนวทางการดำเนินงาน ดังนี้

4.6.1 การจัดทำสาระของหลักสูตร

1) กำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีหรือรายภาคโดยวิเคราะห์จากมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่กำหนดไว้ในแต่ละกลุ่มสาระการเรียนรู้มาจัดเป็นผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีหรือรายภาค ที่ระบุดังกล่าว ความรู้ความสามารถของผู้เรียน ซึ่งจะเกิดขึ้นหลังจากการเรียนรู้ในแต่ละปีหรือภาคนั้นการกำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีหรือรายภาคของสาระการเรียนรู้ของรายวิชาที่มีความเข้ม (Honour Course) ให้สถานศึกษากำหนดได้ตามความเหมาะสม สอดคล้องกับรายวิชาที่จะจัด

2) กำหนดสาระการเรียนรู้รายปีหรือรายภาคโดยวิเคราะห์จากผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีหรือรายภาคที่กำหนดไว้ในข้อ 1 ให้สอดคล้องกับสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นรวมทั้งสอดคล้องกับสภาพและความต้องการของท้องถิ่นและของชุมชน

3) กำหนดเวลาและหรือจำนวนหน่วยกิต สำหรับสาระการเรียนรู้รายภาคทั้งสาระการเรียนรู้พื้นฐานและสาระการเรียนรู้ที่สถานศึกษากำหนดเพิ่มเติมขึ้นดังนี้ .

ช่วงชั้นที่ 1 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3 ช่วงชั้นที่ 2 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 -6 และช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 กำหนดสาระการเรียนรู้เป็นรายปีและกำหนดจำนวนเวลาเรียนให้เหมาะสมและสอดคล้องกับมาตรฐานช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กำหนดสาระการเรียนรู้เป็นรายภาคและกำหนดจำนวนหน่วยกิตให้เหมาะสม สอดคล้องกับมาตรฐานและสาระการเรียนรู้

ในการกำหนดจำนวนหน่วยกิต ของสาระการเรียนรู้รายภาค สำหรับช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ใช้เกณฑ์การพิจารณาที่ใช้เวลาจัดการเรียนรู้ 40 ชั่วโมงต่อภาคเรียนมีค่าเท่ากับ 1 หน่วยกิต

สาระการเรียนรู้ที่สถานศึกษาจัดทำเพิ่มขึ้นซึ่งเป็นวิชาเฉพาะของสายอาชีพหรือโปรแกรมเฉพาะทางอื่นๆ ใช้เกณฑ์การพิจารณา คือ สาระการเรียนรู้ที่ใช้เวลาจัดการเรียนรู้อยู่ระหว่าง 40-60 ชั่วโมงต่อภาคเรียน มีค่าเท่ากับ 1 หน่วยกิต ทั้งนี้สถานศึกษาสามารถกำหนดได้ตามความเหมาะสม และใช้หลักเกณฑ์เดียวกัน

4) จัดทำคำอธิบายรายวิชา โดยการนำผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีหรือรายภาคสาระการเรียนรู้รายปีหรือรายภาค รวมทั้งเวลาและจำนวนหน่วยกิตที่กำหนด ตามข้อ 1 2 และ 3 มาเขียนเป็นคำอธิบาย

รายวิชา โดยให้ประกอบด้วย ชื่อรายวิชาจำนวนเวลาหรือจำนวนหน่วยกิต มาตรฐานการเรียนรู้และสาระการ
เรียนรู้ของรายวิชานั้น ๆ

สำหรับชื่อรายวิชามีแนวทางในการกำหนดดังนี้ ชื่อรายวิชาของสาระการเรียนรู้ให้ใช้ตามชื่อกลุ่ม
สาระการเรียนรู้ ส่วนชื่อรายวิชาเลือกที่สถานศึกษาจัดทำเพิ่มขึ้นกำหนดได้ตามความเหมาะสม ทั้งนี้ ต้องสื่อ
ความหมายได้ชัดเจนมีความสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในรายวิชานั้น

5) จัดทำหน่วยการเรียนรู้ โดยการนำเอาสาระการเรียนรู้รายปีหรือรายภาคที่กำหนดไว้ไปบูรณา
การจัดทำเป็นหน่วยการเรียนรู้หน่วยย่อย ๆ เพื่อความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ และผู้เรียนได้เรียนรู้ใน
ลักษณะองค์รวมหน่วยการเรียนรู้ แต่ละหน่วยประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้และจำนวน
เวลาสำหรับการจัดการเรียนรู้ซึ่งเมื่อเรียนครบทุกหน่วยย่อยแล้วผู้เรียนสามารถบรรลุตามผลการเรียนรู้ที่
คาดหวังรายปีหรือรายภาคของทุกรายวิชาในการจัดทำหน่วยการเรียนรู้บูรณาการทั้งภายในและระหว่าง
สาระการเรียนรู้หรือเป็นการบูรณาการเฉพาะเรื่องตามลักษณะสาระการเรียนรู้หรือเป็นการบูรณาการที่
สอดคล้องกับวิถีชีวิตของผู้เรียนโดยพิจารณาจากมาตรฐานการเรียนรู้ที่มีความเกี่ยวเนื่องสัมพันธ์กันการจัดการ
เรียนรู้สำหรับหน่วยการเรียนรู้ในแต่ละช่วงชั้นสถานศึกษาต้องจัดให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ โดยการปฏิบัติโครงการ
อย่างน้อย 1 โครงการ

6) จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยวิเคราะห์จากคำอธิบายรายวิชารายปีหรือรายภาคและหน่วย
การเรียนรู้ที่กำหนดเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ของผู้เรียนและผู้สอน

4.6.2 การจัดกิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

สถานศึกษาต้องจัดให้ผู้เรียนทุกคนเข้าร่วมกิจกรรมให้เหมาะสมกับวัย วุฒิภาวะและความ
แตกต่างกันระหว่างบุคคลของผู้เรียน โดยคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1) การจัดกิจกรรมต่าง ๆ เช่น ชมรมวิชาการเพื่อเกื้อกูลส่งเสริมการเรียนรู้ตามกลุ่มสาระการ
เรียนรู้

2) จัดกิจกรรมตามความสนใจ ความถนัดตามธรรมชาติและความสามารถ-ความต้องการของ
ผู้เรียนและชุมชน

3) จัดกิจกรรมเพื่อปลูกฝังให้ผู้เรียนมีบุคลิกภาพและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ฝึกรการทำงานที่
เป็นประโยชน์ต่อตนเอง และส่วนรวม เช่นกิจกรรมลูกเสือ เนตรนารี เป็นต้น

4) จัดกิจกรรมประเภทบริการด้านต่าง ๆ ฝึกรการทำงานที่เป็นประโยชน์ต่อตนเองและส่วนรวม

5) การประเมินผลการปฏิบัติกิจกรรมอย่างเป็นระบบโดยให้ถือว่าเป็นเกณฑ์ประเมินผลการผ่าน
ช่วงชั้นเรียน

4.6.3 การกำหนดคุณลักษณะอันถึงประสงค์

สถานศึกษาต้องร่วมกับชุมชนกำหนดคุณลักษณะอันถึงประสงค์ เพื่อเป็นเป้าหมายในการพัฒนา
ผู้เรียนด้านคุณธรรมจริยธรรม และค่านิยมคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยมที่สถานศึกษาจะกำหนดเป็น
คุณลักษณะอันถึงประสงค์นั้นสามารถกำหนดขึ้นได้ตามต้องการโดยให้สอดคล้องกับสภาพปัญหาและ
ความจำเป็นที่จะต้องมีการปลูกฝังคุณธรรมจริยธรรมและค่านิยมดังกล่าวให้แก่ผู้เรียนเพิ่มจากที่กำหนดไว้ใน

กลุ่มสาระการเรียนรู้ต่าง ๆ ในแต่ละภาคเรียนหรือปีการศึกษาครูผู้สอนต้องจัดให้มีการวัดและประเมินผลรวม ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียนโดยเป็นการประเมินเชิงวินิจฉัย เพื่อการปรับปรุงพัฒนาและการส่ง ต่อทั้งนี้ควรประสานสัมพันธ์กับผู้เรียน ผู้ปกครองและผู้เกี่ยวข้องร่วมกันประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ราย ปี/รายภาคในแต่ละช่วงชั้นสถานศึกษาต้องจัดให้มีการวัดและประเมินผลรวมด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ของผู้เรียนเพื่อทราบความก้าวหน้าและพัฒนาการของผู้เรียน สถานศึกษาจะได้นำไปกำหนดแผนกลยุทธ์ใน การปรับปรุงพัฒนาคุณลักษณะของผู้เรียนให้เป็นไปตามเป้าหมายที่กำหนดแนวทางการวัดและประเมินผลด้าน คุณลักษณะอันพึงประสงค์ให้เป็นไปตามที่สถานศึกษากำหนด

4.6.4 การวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานมีรูปแบบและวิธีการที่หลากหลายเพื่อให้ สอดคล้องกับความถนัด ความสนใจและความต้องการของผู้เรียนโดยให้ผู้สอนนำกระบวนการวิจัยมา ผสมผสานหรือบูรณาการใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนและเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ สามารถใช้กระบวนการวิจัยเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนรู้ โดยมีขั้นตอนการปฏิบัติเริ่มตั้งแต่การ วิเคราะห์ปัญหาการวางแผนแก้ปัญหาหรือพัฒนาการดำเนินการแก้ปัญหาหรือพัฒนา การเก็บรวบรวมข้อมูล การสรุปผลการแก้ปัญหาหรือพัฒนา และการรายงานผลการเรียนรู้และการนำผลการวิจัยไปประยุกต์ใช้

บรรณานุกรม

- ขจรศักดิ์ สีเสน. 2544. คณิตศาสตร์ไทยไม่เข้มแข็งเพราะอะไร.วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี. 31(กรกฎาคม): 18-24.
- ขอบใจ สาสิทธิ์. 2545. ผลของการเรียนการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และ ความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. 2550. วิทยาการด้านการคิด. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพ วิชาการ.
- งามตา กมลวรเดช. 2536. ผลของการฝึกกลวิธีคำถามนำที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. ภาควิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- จรุง ขำพงศ์. 2542. ผลของการใช้กลวิธีเมตาคอคนิชั้นที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษา คณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. 2542. ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ปแมนเนจเม้นท์.

พิชากร แผลงประสพโชค. 2540. การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ยุดา รัชไทย. 2542. ความฉลาดคิด (Personal creativity). พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: เอ็กซ์เปอร์เน็ท.

การนำไปใช้ประโยชน์

ใช้เป็นแนวทางการจัดหลักสูตรสถานศึกษา

ผลที่เกิดกับผู้เรียน

ข้าพเจ้าได้นำหลักสูตรแกนกลางมาใช้ในการสร้างหลักสูตรสถานศึกษาเพื่อใช้ในการจัดการเรียนการสอน ผลการใช้พบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดคิดเป็นร้อยละ 100 นักเรียนผ่านการประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ครบทั้ง 8 ข้อ

5.ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิดอย่างเป็นระบบและมีเหตุผล เป็นเครื่องมือสำคัญในการปลูกฝังอบรมให้ผู้เรียนมีความละเอียด รอบคอบ ช่างสังเกต มีความคิดสร้างสรรค์ และจากความสำคัญของความคิดสร้างสรรค์ที่นำมาซึ่งความคิดที่แปลกใหม่ เพื่อไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ จึงได้มีนักการศึกษา คณิตศาสตร์ได้ให้ความสำคัญและสนใจศึกษาในเรื่องนี้ โดยได้กล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไว้มากมาย เช่น

เกอร์ฮาร์ด (Gerhard, 1971: 157) ได้กล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นการสร้างหรือจัดระบบความคิดใหม่จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ริเริ่มคาดไม่ถึงและมองเห็นผลผลิตในรูปแบบใหม่

รอย (Roy, 1982: 143-147) ได้กล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่ซับซ้อน แต่ก็สามารถสังเกตได้ โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณา คือ ความสามารถในการสรุปข้อความทางคณิตศาสตร์ให้เป็นหลักการโดยทั่วไป ความสามารถในการตีความคำตอบ และความสามารถในการค้นพบเนื้อหาสำคัญของทางคณิตศาสตร์

คันจิโลสิ (Cangelosi, 1996: 165) ได้กล่าวถึงการทำงานทางคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์ว่า นักเรียนทำงานที่เป็นคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์ด้วยการคิดที่แตกต่างในเรื่องแนวคิดริเริ่ม ไม่ซ้ำใคร การคาดคะเน ขั้นตอนวิธีหรือการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการคิดที่แตกต่างกัน การแสดงเหตุผลที่ผิดจากแนวการคิดปกติ มีผลตอบสนองที่ผิดคาดและผิดธรรมดา

แอนนี (Anne, 1999: 79) ได้กล่าวถึงความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นได้ด้วยการกระตุ้นโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จุดประสงค์ในการปฏิบัติที่เหมาะสม การชี้แจงข้อตกลงเบื้องต้นและยกตัวอย่างประกอบ จะสามารถทำให้เด็กมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

โคเฮน มาเนียน และมอร์ริสัน (Cohen, Manion and Morrison, 2000: 56-57) ได้ให้คำนิยามปฏิบัติการของคำว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเขียนคำตอบที่เป็นตัวเลข กราฟ หรือแผนภูมิที่แตกต่างกัน ซึ่งคำตอบอยู่ในลักษณะที่มีการประยุกต์

เมนโดซา (Mendoza, 2009: 3) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการที่ทำให้เกิดความคิดใหม่ๆ มโนทัศน์ใหม่ๆ ตลอดจนความสัมพันธ์ใหม่ๆระหว่างความคิดกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

จากที่นักศึกษาคณิตศาสตร์กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของบุคคลในการคิดปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างซับซ้อน โดยใช้กระบวนการคิดที่แปลกใหม่ ริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นความสามารถทางสมองของนักเรียนที่คิดหาคำตอบได้อย่างคล่องแคล่ว กว้างไกล หลายทิศทาง ด้วยการคิดดัดแปลงผสมผสานความคิดเดิมกับสิ่งใหม่ และเป็นความคิดที่ไม่ซ้ำแบบใคร ซึ่งอาจจะเป็นการคาดคะเนขั้นตอนวิธีหรือการแก้ปัญหาใดๆทางคณิตศาสตร์

ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางสมองของบุคคล ไม่สามารถมองเห็นภาพพจน์ได้ชัดเจน เช่นเดียวกับความคิดสร้างสรรค์ จึงมีนักจิตวิทยาได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไว้ เพื่อใช้เป็นตัววัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เบิร์น (Burns, 1995: 25-39) และรอลิสัน (Rawlison, 2005: 15-16) ได้กล่าวถึง ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ 4 องค์ประกอบ ซึ่งอธิบายได้สอดคล้องกัน สรุปได้ดังนี้

1) ความคิดคล่อง (Fluency) เป็นการแสดงความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้อย่างรวดเร็ว โดยครูและนักเรียนจะต้องตระหนักว่า จากสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ไม่มีคำตอบที่ผิด ดังนั้นจึงต้องยอมรับทุกคำตอบ ไม่มีการกำหนดจำนวนความคิดที่ต้องการแสดงออก และจะต้องกำหนดเวลาให้เหมาะสมกับกิจกรรมนั้นๆ ซึ่งอาจจะจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกร่วมกันทั้งชั้นหรือจัดกลุ่มก็ได้ เช่น ให้นักเรียนตั้งโจทย์คำถามที่มีคำตอบเป็น 15 ซึ่งนักเรียนที่มีความคิดคล่องสามารถคิดโจทย์คำถามได้หลายคำถาม และคิดได้อย่างรวดเร็ว

2) ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) เป็นการแสดงความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้มากแตกต่างหลายทิศทางหรือหลายประเภท โดยครูจะต้องฝึกให้แตกต่างจากความคิดคล่องและต้องคอยกระตุ้นด้วยคำถามที่กระตุ้นให้เกิดการฝึกคิดทางคณิตศาสตร์ อาจจะจัดร่วมกันทั้งชั้นหรือเป็นกลุ่มก็ได้

3) ความคิดริเริ่ม (Originality) เป็นการแสดงความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่แปลกใหม่ ไม่เหมือนใคร เป็นเอกลักษณ์ของตัวเอง โดยครูให้นักเรียนคิดแล้วสรุปสิ่งที่แปลกใหม่ทางคณิตศาสตร์ เช่น ให้นักเรียนบอกตัวเลขที่ชอบแล้วแสดงเหตุผล นักเรียนที่มีความคิดริเริ่มสามารถแสดงเหตุผลได้แตกต่างจากผู้อื่นและเหตุผลนั้นมีความถูกต้องด้วย

4) ความคิดละเอียดลออ (Elaboration) เป็นการขยายขอบเขตของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้ละเอียดและน่าสนใจ เพื่อเพิ่มเติมรายละเอียดของความคิดให้ชัดเจนยิ่งขึ้น โดยครูเริ่มต้นด้วยการตั้งหัวข้อเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์แล้วให้นักเรียนเสนอรายละเอียดให้มากที่สุดเท่าที่จะคิดได้ เช่น ให้นักเรียนต่อเติมรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนที่มีความละเอียดในการคิดสามารถเสนอรายละเอียดได้แตกต่างจากผู้อื่น และถูกต้องครบถ้วน

เมนโดซา (Mendoza, 2009: 25-27) กล่าวว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มี 4 องค์ประกอบ คือ

1) ความคล่องในการคิด (Fluency) หมายถึง จำนวนคำตอบทั้งหมดที่เป็นไปได้เป็นความสามารถในการคิดได้อย่างรวดเร็วมีปริมาณมาก

2) ความยืดหยุ่นในการคิด (Flexibility) หมายถึง ประเภทของการคิดที่สามารถคิดได้อย่างหลากหลาย หรือการคิดได้หลากหลายแนวทาง

3) ความคิดริเริ่ม (Originality) หมายถึง ความคิดที่มีสถิติซ้ำกับคนอื่นน้อย เป็นความคิดที่แปลกใหม่ แตกต่างจากความคิดธรรมดา

4) ความคิดละเอียดลออ (Elaboration) หมายถึง ความคิดในรายละเอียดเป็นขั้นตอนทั้งหมด เป็นความคิดเพื่อให้เกิดความสมบูรณ์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ ซึ่งความคิดสร้างสรรค์นี้ต้องเป็นสิ่งใหม่ใช้ประโยชน์ได้ และมีความเหมาะสมด้วย

ลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

เฮลลอค (Haylock, 1987: 58) ได้กล่าวถึงผู้ที่มีความสามารถในความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูง สรุปได้ดังนี้

- 1) เป็นผู้ที่มีความรอบรู้และมีนโยบายเกี่ยวกับตนเองทางคณิตศาสตร์สูง
- 2) มีความคาดหวังที่จะคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ดีที่สุด
- 3) มีจินตนาการในการคิด กระทำในสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยด้วยความพยายาม
- 4) มีความวิตกกังวลเกี่ยวกับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือการทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 5) ชอบที่จะคิดตอบคำถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์แบบปลายเปิด
- 6) มีความคิดที่เป็นอิสระและมีความคล่องในทักษะการคิดและการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนปกติ

- 7) มีความคล่องและความคิดริเริ่มในการคิดหาคำตอบทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างไปจากบุคคลอื่น
- 8) มีความกล้าคิด กล้าเสี่ยงที่จะตอบคำถาม กล้าแสดงเหตุผล และกล้าคิดคำนวณเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
- 9) มีความสามารถในการคาดคะเนเหตุการณ์ที่ไม่แน่นอนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยอยู่บนพื้นฐานแห่งความเป็น

จริง

- 10) มีความคิดเป็นลำดับขั้นตอนและมีการจัดเรียงลำดับข้อมูลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์อย่างมีระเบียบกฎเกณฑ์
- 11) มีลักษณะเด่นในด้านพุทธิพิสัยและไม่จำกัดความคิดของตัวเองในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่

เพียงอย่างเดียว

เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2008: 30) กล่าวถึง ลักษณะของนักเรียนที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 1) มีความยืดหยุ่นในการจัดการข้อมูลต่างๆ สามารถปรับเปลี่ยนข้อมูลที่ได้จาก การคำนวณไปเป็นข้อมูลที่แสดงเป็นรูปภาพ เปลี่ยนเป็นข้อมูลในรูปสัญลักษณ์ หรือสามารถใช้กราฟเป็นตัวแทนในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม
- 2) สามารถใช้กระบวนการย้อนกลับได้ นักเรียนสามารถเปลี่ยนวิธีคิดในทางตรงตามปัญหาที่พบ เป็นการคิดย้อนกลับเพื่อฝึกฝนความสามารถในการคิด
- 3) มีวิธีการคิดที่ริเริ่มในการแก้ปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาโดยวิธีการเฉพาะที่แตกต่างจากวิธีคิดแบบเดิม มีความพยายามในการแก้ปัญหา โดยใช้วิธีที่ไม่เคยใช้มาก่อน
- 4) มีความมุ่งมั่นและพยายามที่จะใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมและชัดเจนในการอธิบายเหตุผล
- 5) สนใจในความสัมพันธ์และความเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมักใช้คำถามว่า “ทำไม...” หรือ “จะเป็นอย่างไรถ้า...”
- 6) มีความสามารถและมีความอดทนในการแก้ปัญหาที่ยาก
- 7) พยายามเรียนรู้ปัญหาที่ลึกซึ้งกว่าปัญหาผิวเผิน เมื่อนักเรียนสามารถแก้ปัญหาแรกเริ่มได้แล้ว จากนั้นพยายามขบคิดและสำรวจตรวจค้น ปัญหาที่น่าสนใจซึ่งสืบเนื่องจากปัญหาแรกเริ่มที่สามารถแก้ได้แล้ว

เมนโดซา (Mendoza, 2009: 53) เสนอแนวคิดเกี่ยวกับลักษณะของนักเรียนที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 1) มีความสนใจอย่างกว้างขวางในเรื่องต่างๆทั้งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์โดยตรง และเรื่องที่ไม่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์
- 2) มีอารมณ์ขัน
- 3) ไม่ชอบการบังคับ กำหนดกฎเกณฑ์ ชอบสร้างกติกาใหม่ๆ
- 4) ยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่นได้ ถ้าอธิบายเหตุผล
- 5) ชอบซักถาม
- 6) ชอบพูดเกี่ยวกับสิ่งประดิษฐ์หรือวิธีการคิดแบบใหม่
- 7) มีความคิดยืดหยุ่น คิดได้หลายทิศทาง เช่น สามารถคิดแก้ปัญหาจากโจทย์เดียวกันได้หลายวิธี
- 8) กล้าทดลองทำเพื่อพิสูจน์ความคิดของตนเองถึงแม้จะไม่แน่ใจในผลที่เกิดขึ้น
- 9) ชอบมีคำถามหรือปัญหาแปลกใหม่ท้าทายให้คิด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (2550, 152-154) กล่าวถึงลักษณะของผู้มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ดังนี้

- 1) ความอยากรู้อยากเห็น หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงความต้องการที่จะเรียนรู้ หรือความต้องการที่อยากรู้เพิ่มเติมจากสิ่งที่รู้แล้วหรือยังไม่รู้ เพื่อปรับปรุงความรู้เดิมหรือเพื่อให้ได้ความรู้ด้านต่างๆในประเด็นที่สนใจ
- 2) ความไวต่อปัญหา หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการเกิดความคิดอย่างฉับพลันสืบเนื่องจากการรับรู้หรือการได้ประสบกับเหตุการณ์ในด้านต่างๆ
- 3) ความคิดแหวกแนว หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการมีแนวคิดที่แตกต่างไปจากบุคคลโดยทั่วไปที่มีต่อประเด็นขบคิดอย่างเดียวกันในด้านต่างๆ
- 4) ชอบทำในสิ่งที่ท้าทายความคิด หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึง การขบคิดหรือทำในสิ่งที่ยากหรือต้องใช้ความพยายามมากกว่าปกติในด้านต่างๆ
- 5) ชอบการเปลี่ยนแปลง หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการขบคิดชอบทำในสิ่งแปลกใหม่และหลีกเลี่ยงการคิดและทำในสิ่งที่ซ้ำซากจำเจในด้านต่างๆ
- 6) ทำงานเพื่อความพอใจ หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึงการคิดหรือทำงาน โดยมีความพอใจที่จะได้ใช้ความรู้ความคิดของตน เป็นแรงจูงใจมากกว่าการได้รับสินจ้างรางวัลหรือค่าชมเชย
- 7) อารมณ์ขัน หมายถึง อาการหรือพฤติกรรมที่แสดงถึง การมีมุมมองที่หลากหลายและใช้มุมมองที่หลากหลายนั้นผ่อนคลายความตึงเครียดในลักษณะของ ความสนุกสนานหรือมีอารมณ์ขัน

ลักษณะสำคัญทั้ง 7 ประการข้างต้นสำหรับผู้มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์อาจมีน้อยในบางประการแตกต่างกันไปในแต่ละบุคคล ครูอาจใช้ลักษณะสำคัญ 7 ประการข้างต้นในการตรวจสอบว่า นักเรียนคนใดมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ได้ หรือจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนมีลักษณะสำคัญดังกล่าวข้างต้นก็ได้

จากลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ดังที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้น สรุปได้ว่าบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ จะต้องชอบขบคิดสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ กล่าวที่จะแตกต่าง มีทางเลือกมากมาย ไม่พ่ายแพ้อุปสรรค รักอิสระไม่ชอบทำตามผู้อื่น อยากรู้ อยากรเห็น ช่างสังเกต มีความอดทน มีจิตใจจดจ่อกับงานที่ทำ ถ้าคิดกล้าเสี่ยงที่จะตอบคำถามและมีการคิดเป็นลำดับขั้นตอนแต่ว่ามันคง มีเหตุผล อดทน พยายามทำความเข้าใจสิ่งต่างๆรอบตัว ไม่เครียด ทั้งนี้ลักษณะต่างๆ ดังที่กล่าวข้างต้นอาจไม่ได้เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ แต่ครูควรให้การสนับสนุน ส่งเสริม และพัฒนานักเรียนให้มีลักษณะเหล่านี้

การส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาคณิตศาสตร์ และนักจิตวิทยาเสนอแนวคิดการส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลากหลายแนวทาง ดังนี้

เฟอร์แมน (Furman, 1998: 258-276) กล่าวถึงลักษณะของครูผู้สอนในการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

- 1) ครูจะต้องคอยให้คำแนะนำในการทำงานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน และคอยให้ความช่วยเหลืออยู่ใกล้ๆ

- 2) ครูเป็นผู้ชี้แนะ ตักเตือนระเบียบวินัยและคอบกระตุ้นพฤติกรรมให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
- 3) ครูต้องคอยให้กำลังใจนักเรียนในระหว่างที่นักเรียนกำลังคิดแก้ปัญหาหรือทำงานที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์
- 4) ครูคอยตอบคำถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่นักเรียนถามหรือตั้งข้อสงสัย
- 5) ครูเป็นผู้ที่มีความสามารถในการตั้งคำถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย และสามารถตอบคำถาม พิสูจน์คำตอบ หรือแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วแม่นยำ
- 6) ครูคอยควบคุมและกระตุ้นการนำเสนอคำตอบเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยการใช้คำถามนำให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์
- 7) ครูควรมีการส่งเสริม ยกยอ หรือให้กำลังใจแก่นักเรียนในขณะที่สอนวิชาคณิตศาสตร์

เซฟฟีลด์ (Sheffield, 2000: 5-6) กล่าวว่า การส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ครูเป็นผู้มีบทบาทอย่างยิ่งสำหรับส่งเสริมนักเรียน โดยจะต้องจัดให้นักเรียนได้มีโอกาสที่หลากหลายในการทำงานทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจในการสำรวจตรวจสอบ ควรให้งานที่มีลักษณะดังนี้

- 1) ควรใช้คำถามที่ถามให้นักเรียนคิด ไม่ใช่คำถามที่ให้นักเรียนเดาสิ่งที่ครูกำลังคิด หรือเดาคำตอบให้ตรงใจครู
- 2) ควรให้งานที่นักเรียนสามารถทำได้โดยใช้ความรู้พื้นฐานที่เคยเรียนมาก่อน แล้วจึงค้นพบหลักการ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เคยเรียนมาก่อน
- 3) ควรให้งานลักษณะที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจดูผลสะท้อน ขยายความคิดและความสนใจไปสู่ความสัมพันธ์ของเนื้อหาใหม่ๆ
- 4) ควรให้งานที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความสามารถในหลากหลายระดับและหลากหลายวิธี เช่น การถามให้ตอบปากเปล่า ถามโดยใช้รูปภาพ กราฟ พีชคณิต จำนวน และเรื่องอื่นที่มีประเด็นน่าสนใจ โดยพยายามใช้คำถามเป็นหลัก แล้วนักเรียนทุกคนจะประสบความสำเร็จในระดับใดระดับหนึ่ง โดยที่ยังคงรักษาเกณฑ์ระดับที่สูงไว้สำหรับท้าทายนักเรียนที่มีความพร้อมและกระตือรือร้นที่จะก้าวหน้า หลักสำคัญ คือ ปัญหาที่นักเรียนอาจมีหลายส่วน การเริ่มต้นโดยใช้คำถามที่สัมพันธ์กันง่ายๆ ซึ่งนักเรียนทุกคนตอบได้ แล้วจึงสร้างคำถามที่ซับซ้อนยิ่งขึ้น เพื่อท้าทายให้นักเรียนใช้ทักษะทั้งหมดที่มีอยู่ การใช้วิธีดังกล่าวมานี้ นักเรียนทุกคนสามารถทำโดยใช้คำถามพื้นฐานเดียวกันในระดับที่เหมาะสม โดยส่วนมากที่ใช้วิธีนี้นักเรียนทุกคนเลือกอ่านหรือเขียนเรื่องในหัวข้อเดียวกัน แต่นักเรียนแต่ละคนอาจเลือกอ่านหรือเขียนได้ในระดับที่กว้างแตกต่างกัน
- 5) ควรอนุญาตให้นักเรียนได้ใช้ความสามารถในการตอบคำถาม การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงเนื้อหาต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ตลอดจนเชื่อมโยงกับปัญหาในชีวิตจริง
- 6) ควรให้งานที่ได้ใช้เทคโนโลยีอย่างเหมาะสม เช่น เครื่องคำนวณ คอมพิวเตอร์ ให้เหมาะสมที่สุดกับการวัดทางคณิตศาสตร์ และแบบจำลองความคิดทางคณิตศาสตร์
- 7) ควรใช้เวลาสำหรับคิดผลลัพธ์ของนักเรียนแต่ละคน และการแก้ปัญหาควรใช้เวลาอย่างเพียงพอสำหรับการสำรวจเป็นกลุ่ม และเพียงพอสำหรับการค้นพบวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ
- 8) ควรให้งานที่น่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการทำ

9) ใช้คำถามที่เปิดกว้าง โดยมีคำถามที่ถูกต้องมากกว่า 1 คำตอบ และ/หรือ มีวิธีคิดหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี

10) ควรส่งเสริมให้นักเรียนสำรวจอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่แรกเริ่มถามคำถามจนถึงการตอบในปัญหา ในปัญหาหนึ่งๆควรเป็นจุดเริ่มต้นของปัญหาอื่นๆ ครูควรลองตั้งปัญหาต่างๆ กับเพื่อนครูก่อนที่จะใช้กับนักเรียน เพื่อให้ครูได้เห็นวิธีการแก้ปัญหาหลายวิธี หลายรูปแบบหลักการทั่วไปต่างๆ และความสัมพันธ์ของปัญหาที่นักเรียนจะสามารถหาได้ด้วยตนเอง

นอกจากนี้เซฟฟิลด์ (Sheffield, 2003: 7-10) ได้กล่าวถึง แนวทางปฏิบัติของครูในการส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งสรุปได้ว่า ครูควรตั้งคำถามใหม่ๆให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ โดยที่ปัญหาเหล่านั้นเป็นปัญหาที่นักเรียนและครูอาจไม่รู้ในตอนแรกว่าจะเริ่มแก้ที่จุดใด ทั้งนี้ครูอาจใช้คำถามทั่วไป คือ “ใคร” “อะไร” “เมื่อไร” “ที่ไหน” “ทำไม” และ “อย่างไร” คำถามทั่วไปเหล่านี้สามารถที่จะทำให้เกิดการสำรวจตรวจค้นใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้เช่นกัน

ครูอาจกระตุ้นให้นักเรียนขยายการสำรวจตรวจค้นทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คำถามดังตัวอย่างต่อไปนี้

1)ใคร?

- ใครสามารถอธิบายเป็นคำถามของตนเองได้บ้าง?
- ใครมีวิธีการคิดที่แตกต่างจากนี้บ้าง
- ใครได้คำตอบที่แตกต่างจากนี้บ้าง
- ใครมีคำถามใหม่หรือข้อสังเกตใดบ้าง จากโจทย์นี้
- ใครคิดถูก

2)อะไร? จะเป็นอย่างไรถ้า?

- นักเรียนเข้าใจปัญหานี้ว่าอย่างไร
- คำตอบคืออะไร
- อะไรคือส่วนที่สำคัญของปัญหานี้
- นักเรียนเห็นแบบรูปอะไรจากปัญหานี้
- รูปแบบทั่วไปที่สามารถสร้างได้จากแบบรูปที่โจทย์ให้คืออะไร
- จะต้องพิสูจน์อะไร
- จะเป็นอย่างไรถ้าเปลี่ยนแปลงบางส่วนของปัญหา

3)เมื่อไร?

- เมื่อไรที่กฎหรือทฤษฎีนี้จะใช้ได้บ้าง
- เมื่อไรที่กฎหรือทฤษฎีนี้จะไม่สามารถใช้ได้

4)ที่ไหน?

- คำตอบนี้ได้มาจากไหน

- ควรจะเริ่มจากจุดใดในปัญหา
- ในการแก้ปัญหานี้ควรจะไปจุดไหนต่อ
- นักเรียนจะหาข้อมูลเพิ่มเติมได้จากที่ไหน

5)ทำไม? และทำไมไม่...?

- ทำไมกฎหรือทฤษฎีนี้ใช้ได้กับปัญหานี้
- ทำไมกฎหรือทฤษฎีนี้ใช้ไม่ได้กับปัญหานี้

6)อย่างไร?

- ปัญหานี้เหมือนกับปัญหาใดที่เคยพบมาแล้วบ้างหรือปัญหานี้มีรูปแบบคล้ายกับ ปัญหาใดที่เคยพบมาแล้วบ้าง
- ปัญหานี้แตกต่างจากปัญหานั้นอย่างไร
- นักเรียนจะสามารถเชื่อมโยงปัญหานี้กับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างไร หรือเชื่อมโยงปัญหานี้กับโมเดลการคิดได้อย่างไร
- มีวิธีการคิดที่เป็นไปได้กี่วิธี
- นักเรียนจะมีวิธีในการใช้ตัวแทนได้อย่างไร
- นักเรียนจะมีวิธีในการสร้างโมเดลหรือมีวิธีแสดงให้คนอื่นเข้าใจแนวคิดของเราได้อย่างไร

วิธีการส่งเสริมโดยใช้คำถามที่กล่าวมานี้สามารถใช้ได้กับนักเรียนทุกระดับชั้น และไม่เพียงแต่จะช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ แต่การใช้คำถามเหล่านี้ยังช่วยเพิ่มความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ดียิ่งอีกด้วย

เมนโดซา (Mendoza, 2009: 3) เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ต้องทำควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ปกติ โดยผ่านการสอนทั้งการดำเนินการและเนื้อหา ใช้เทคนิคการสอนแบบต่างๆผสมผสานกัน ใช้การกระตุ้นโดยให้รางวัลพร้อมทั้งหลีกเลี่ยงการลงโทษ ใช้นวัตกรรมใหม่ๆช่วยในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ให้กับนักเรียน และต้องมีความใจเย็นในการพัฒนาทักษะนี้

จากแนวคิดในการส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ครูมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการส่งเสริมและพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยครูควรเลือกให้งานที่มีคุณค่า เปิดกว้าง กระตุ้นความสนใจของนักเรียน การใช้คำถามลักษณะต่างๆกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และควรส่งเสริมด้วยกิจกรรมต่างๆที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงออก ตลอดจนการใช้เทคโนโลยีอย่างเหมาะสมให้กับนักเรียนอย่างต่อเนื่อง

